

Plano Complexo

Luis Alberto D'Afonseca

Cálculo de Funções de Várias Variáveis – I



<https://material-didatico.github.io/pages/cfvv1>

Conteúdo

Plano Complexo

Lista Mínima

Plano Complexo

$$z = x + yi \quad \in \mathbb{C}$$

$$(x, y) \quad \in \mathbb{R}^2$$

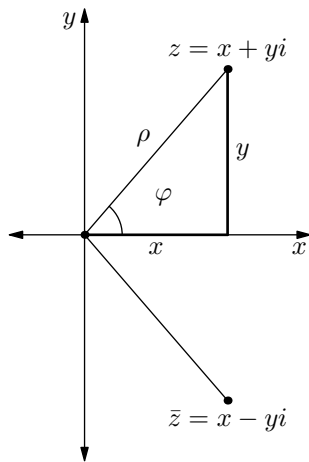
$$\text{Parte real} \quad \operatorname{Re}(z) = x$$

$$\text{Parte imaginária} \quad \operatorname{Im}(z) = y$$

$$\text{Módulo} \quad |z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{Argumento} \quad \arg(z) = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\text{Conjugado} \quad \bar{z} = x - yi$$



Exemplo 1

Dado $z = \frac{(1 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3}) i}{2 + 2i}$

calcule

- a) a parte real de z
- b) a parte imaginária de z
- c) o módulo de z
- d) o argumento de z

Exemplo 1 – Avaliando z

$$\begin{aligned} z &= \frac{(1 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3}) i}{2 + 2i} = \frac{[(1 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3}) i] (2 - 2i)}{(2 + 2i)(2 - 2i)} \\ &= \frac{(1 - \sqrt{3})(2 - 2i) + (1 + \sqrt{3}) i(2 - 2i)}{2^2 + 2^2} \\ &= \frac{(1 - \sqrt{3})(2 - 2i) + (1 + \sqrt{3})(2i + 2)}{8} \\ &= \frac{2 - 2i - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}i + 2i + 2 + 2\sqrt{3}i + 2\sqrt{3}}{8} \\ &= \frac{4 + 4\sqrt{3}i}{8} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{aligned}$$

Exemplo 1 – Partes real e imaginária de z

$$z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Parte real de z

$$\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}$$

Parte imaginária de z

$$\operatorname{Im}(z) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exemplo 1 – Módulo de z

$$|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1+3}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

Exemplo 1 – Argumento de z

$$\varphi = \arg(z)$$

$$\sin(\varphi) = \frac{\operatorname{Im}(z)}{|z|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\operatorname{Re}(z)}{|z|} = \frac{1}{2}$$

$$\arg(z) = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{rad}$$

Conteúdo

Plano Complexo

Lista Mínima

Lista Mínima

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações