

Coordenadas Tridimensionais e Esferas

Luis Alberto D'Afonseca

Cálculo de Funções de Várias Variáveis – I



<https://material-didatico.github.io/pages/cfvv1>

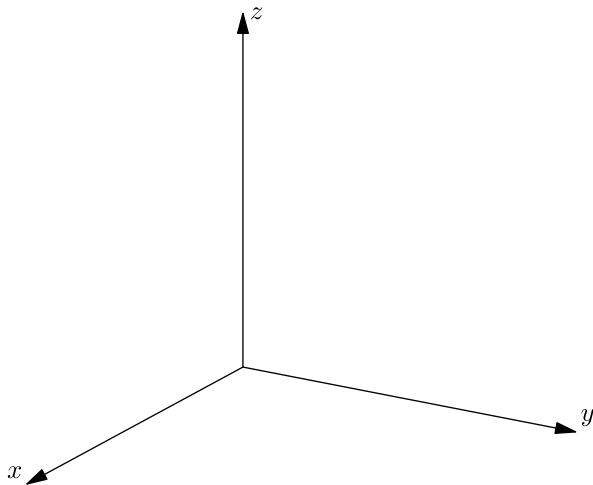
Conteúdo

Sistema de Coordenadas Cartesianas

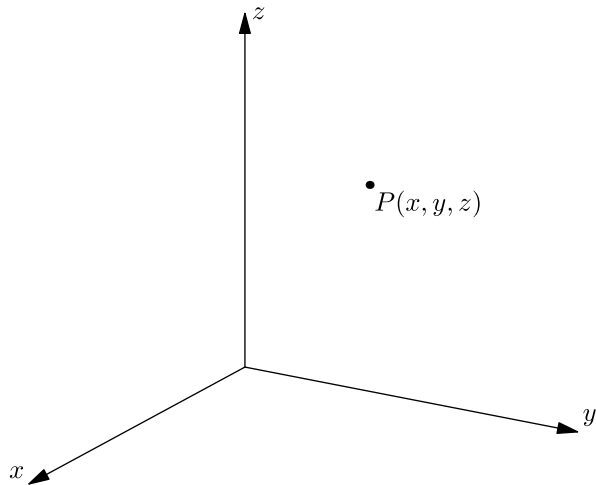
Esferas

Lista Mínima

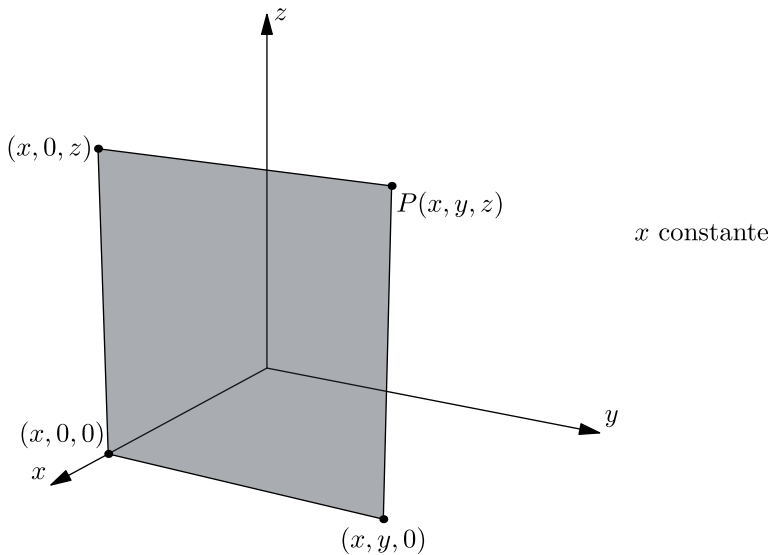
Coordenadas Cartesianas Tridimensionais



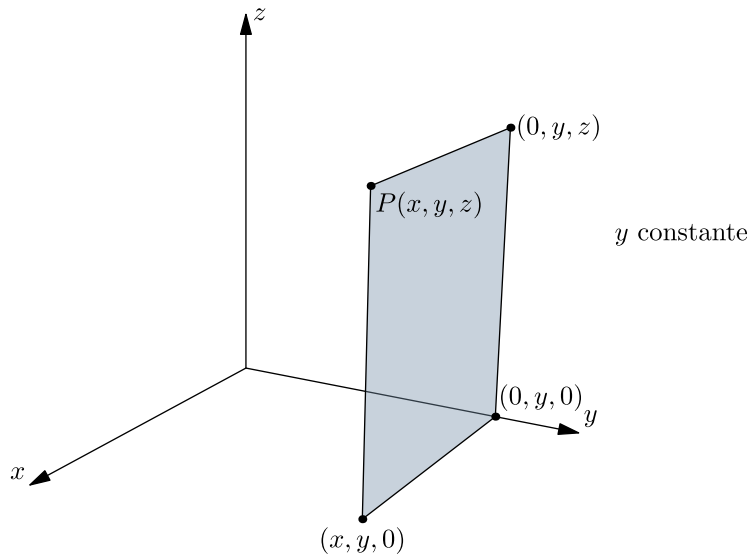
Coordenadas Cartesianas Tridimensionais



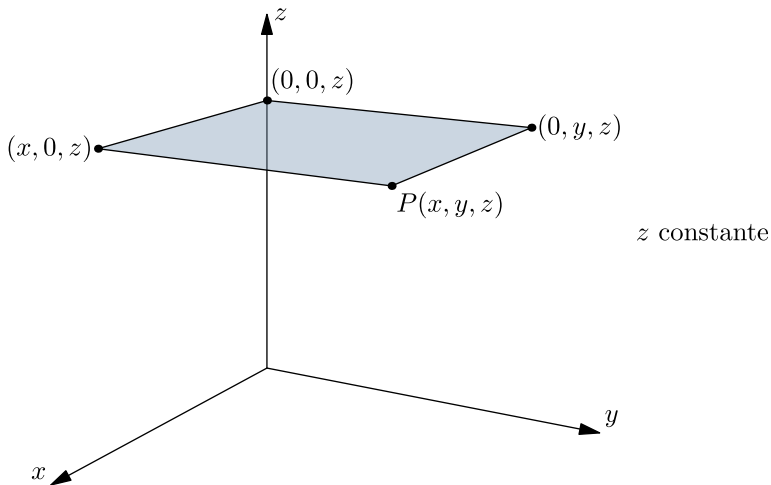
Coordenadas Cartesianas Tridimensionais



Coordenadas Cartesianas Tridimensionais



Coordenadas Cartesianas Tridimensionais



Distância

Distância entre dois pontos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2)$

$$\text{dist}(P_1, P_2) = |P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Exemplo 1

Interprete geometricamente

1. $z > 0$

2. $x = -3$

3. $z = 0, x \leq 0, y \geq 0$

4. $-1 \leq y \leq 1$

5. $y = -2, z = 2$

Exemplo 1 – Solução

1. $z > 0$

Semiespaço dos pontos acima do plano z

Exemplo 1 – Solução

1. $z > 0$

Semiespaço dos pontos acima do plano z

2. $x = -3$

Plano perpendicular ao eixo x que passa pelo ponto $x = -3$

Exemplo 1 – Solução

1. $z > 0$

Semiespaço dos pontos acima do plano z

2. $x = -3$

Plano perpendicular ao eixo x que passa pelo ponto $x = -3$

3. $z = 0, x \leq 0, y \geq 0$

Segundo quadrante do plano xy

Exemplo 1 – Solução

1. $z > 0$

Semiespaço dos pontos acima do plano z

2. $x = -3$

Plano perpendicular ao eixo x que passa pelo ponto $x = -3$

3. $z = 0, x \leq 0, y \geq 0$

Segundo quadrante do plano xy

4. $-1 \leq y \leq 1$

Fatia entre os planos $y = -1$ e $y = 1$

Exemplo 1 – Solução

1. $z > 0$

Semiespaço dos pontos acima do plano z

2. $x = -3$

Plano perpendicular ao eixo x que passa pelo ponto $x = -3$

3. $z = 0, x \leq 0, y \geq 0$

Segundo quadrante do plano xy

4. $-1 \leq y \leq 1$

Fatia entre os planos $y = -1$ e $y = 1$

5. $y = -2, z = 2$

Reta comum aos planos $y = -2$ e $z = 2$

Conteúdo

Sistema de Coordenadas Cartesianas

Esferas

Lista Mínima

Esferas

Equação padrão da esfera de centro (a, b, c) e raio r

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

Exemplo 2

Encontre o centro da esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

Exemplo 2

Encontre o centro da esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

Dica

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x)$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z)$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z) = -1$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) - 3^2$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) - 3^2 + (y - 0)^2$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) - 3^2 + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z + 2^2) - 2^2$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) - 3^2 + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z + 2^2) - 2^2 = -1$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) - 3^2 + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z + 2^2) - 2^2 = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z + 2^2) = -1 + 3^2 + 2^2$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) - 3^2 + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z + 2^2) - 2^2 = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z + 2^2) = -1 + 3^2 + 2^2$$

$$(x + 3)^2 + (y - 0)^2 + (z - 2)^2 = 12$$

Exemplo 2 – Solução

Completando os quadrados

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4z + 1 = 0$$

$$(x^2 + 6x) + y^2 + (z^2 - 4z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z) = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) - 3^2 + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z + 2^2) - 2^2 = -1$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2) + (y - 0)^2 + (z^2 - 2 \cdot 2z + 2^2) = -1 + 3^2 + 2^2$$

$$(x + 3)^2 + (y - 0)^2 + (z - 2)^2 = 12$$

O centro da esfera é o ponto $(-3, 0, 2)$ o raio é $\sqrt{12}$

Conteúdo

Sistema de Coordenadas Cartesianas

Esferas

Lista Mínima

Lista Mínima

Cálculo Vol. 2 do Thomas 12^a ed. – Seção 12.1

1. Estudar o texto da seção
2. Resolver os exercícios: 11-14, 21-24, 38-42, 48, 53, 57, 59, 61

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações