

Linearização

Luis Alberto D'Afonseca

Cálculo de Funções de Várias Variáveis – I



<https://material-didatico.github.io/pages/cfvv1>

Conteúdo

Aproximação Linear

Exemplos

Lista Mínima

Plano tangente ao gráfico de $f(x, y)$

O plano tangente ao gráfico de de uma função diferenciável $f(x, y)$ no ponto (a, b) é

$$f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) - (z - f(a, b)) = 0$$

Plano tangente ao gráfico de $f(x, y)$

O plano tangente ao gráfico de de uma função diferenciável $f(x, y)$ no ponto (a, b) é

$$f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) - (z - f(a, b)) = 0$$

Rearranjando

$$z = f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$$

Aproximação linear

Aproximação linear, ou Linearização de uma função diferenciável de duas variáveis em torno do ponto (a, b)

Aproximação linear

Aproximação linear, ou Linearização de uma função diferenciável de duas variáveis em torno do ponto (a, b)

$$L(x, y) = f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$$

Conteúdo

Aproximação Linear

Exemplos

Lista Mínima

Exemplo 1

Encontre linearização da função

$$f(x, y) = x^2 - xy - y^2$$

no ponto $(1, 1)$

Exemplo 1 – Linearização de f no ponto $(1, 1)$

$$L(x, y)$$

Exemplo 1 – Linearização de f no ponto $(1, 1)$

$$L(x, y) = f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$$

Exemplo 1 – Linearização de f no ponto $(1, 1)$

$$\begin{aligned} L(x, y) &= f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \\ &= f(1, 1) + f_x(1, 1)(x - 1) + f_y(1, 1)(y - 1) \end{aligned}$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y)$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x}$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [x^2 - xy - y^2]$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [x^2 - xy - y^2] = 2x - y$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [x^2 - xy - y^2] = 2x - y$$

$$f_x(1, 1)$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [x^2 - xy - y^2] = 2x - y$$

$$f_x(1, 1) = (2x - y) \Big|_{(1,1)}$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [x^2 - xy - y^2] = 2x - y$$

$$f_x(1, 1) = (2x - y) \Big|_{(1,1)} = 2 \times 1 - 1$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [x^2 - xy - y^2] = 2x - y$$

$$f_x(1, 1) = (2x - y) \Big|_{(1,1)} = 2 \times 1 - 1 = 1$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y)$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [x^2 - xy - y^2]$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [x^2 - xy - y^2] = -x - 2y$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [x^2 - xy - y^2] = -x - 2y$$

$$f_y(1, 1)$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [x^2 - xy - y^2] = -x - 2y$$

$$f_y(1, 1) = (-x - 2y) \Big|_{(1,1)}$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [x^2 - xy - y^2] = -x - 2y$$

$$f_y(1, 1) = (-x - 2y) \Big|_{(1,1)} = -1 - 2 \times 1$$

Exemplo 1 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [x^2 - xy - y^2] = -x - 2y$$

$$f_y(1, 1) = (-x - 2y) \Big|_{(1,1)} = -1 - 2 \times 1 = -3$$

Exemplo 1 – Avaliando a função

$$f(1, 1)$$

Exemplo 1 – Avaliando a função

$$f(1, 1) = (x^2 - xy - y^2) \Big|_{(1,1)}$$

Exemplo 1 – Avaliando a função

$$f(1, 1) = (x^2 - xy - y^2) \Big|_{(1,1)} = 1^2 - 1 \times 1 - 1^2$$

Exemplo 1 – Avaliando a função

$$f(1, 1) = (x^2 - xy - y^2) \Big|_{(1,1)} = 1^2 - 1 \times 1 - 1^2 = -1$$

Exemplo 1 – Linearização

$$L(x, y)$$

Exemplo 1 – Linearização

$$L(x, y) = f(1, 1) + f_x(1, 1)(x - 1) + f_y(1, 1)(y - 1)$$

Exemplo 1 – Linearização

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(1, 1) + f_x(1, 1)(x - 1) + f_y(1, 1)(y - 1) \\&= -1 + 1(x - 1) - 3(y - 1)\end{aligned}$$

Exemplo 1 – Linearização

$$L(x, y) = f(1, 1) + f_x(1, 1)(x - 1) + f_y(1, 1)(y - 1)$$

$$= -1 + 1(x - 1) - 3(y - 1)$$

$$= -1 + x - 1 - 3y + 3$$

Exemplo 1 – Linearização

$$L(x, y) = f(1, 1) + f_x(1, 1)(x - 1) + f_y(1, 1)(y - 1)$$

$$= -1 + 1(x - 1) - 3(y - 1)$$

$$= -1 + x - 1 - 3y + 3$$

$$= x - 3y + 1$$

Exemplo 2

Encontre a linearização de

$$f(x, y) = x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3$$

no ponto $(3, 2)$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y)$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right)$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = 2x - y$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = 2x - y$$

$$f_x(3, 2)$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = 2x - y$$

$$f_x(3, 2) = (2x - y) \Big|_{(3,2)}$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = 2x - y$$

$$f_x(3, 2) = (2x - y) \Big|_{(3,2)} = 2 \times 3 - 2$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em x

$$f_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = 2x - y$$

$$f_x(3, 2) = (2x - y) \Big|_{(3,2)} = 2 \times 3 - 2 = 4$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y)$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right)$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = -x + y$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = -x + y$$

$$f_y(3, 2)$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = -x + y$$

$$f_y(3, 2) = (-x + y) \Big|_{(3,2)}$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = -x + y$$

$$f_y(3, 2) = (-x + y) \Big|_{(3,2)} = -3 + 2$$

Exemplo 2 – Avaliando a derivada parcial em y

$$f_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) = -x + y$$

$$f_y(3, 2) = (-x + y) \Big|_{(3,2)} = -3 + 2 = -1$$

Exemplo 2 – Avaliando a função

$$f(3, 2)$$

Exemplo 2 – Avaliando a função

$$f(3, 2) = \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) \Big|_{(3,2)}$$

Exemplo 2 – Avaliando a função

$$f(3, 2) = \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) \Big|_{(3,2)} = 3^2 - 3 \times 2 + \frac{2^2}{2} + 3$$

Exemplo 2 – Avaliando a função

$$f(3, 2) = \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{2} + 3 \right) \Big|_{(3,2)} = 3^2 - 3 \times 2 + \frac{2^2}{2} + 3 = 8$$

Exemplo 2 – Aproximação linear

$$L(x, y)$$

Exemplo 2 – Aproximação linear

$$L(x, y) = f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$$

Exemplo 2 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \\ &= f(3, 2) + f_x(3, 2)(x - 3) + f_y(3, 2)(y - 2)\end{aligned}$$

Exemplo 2 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \\&= f(3, 2) + f_x(3, 2)(x - 3) + f_y(3, 2)(y - 2) \\&= 8 + 4(x - 3) + (-1)(y - 2)\end{aligned}$$

Exemplo 2 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \\&= f(3, 2) + f_x(3, 2)(x - 3) + f_y(3, 2)(y - 2) \\&= 8 + 4(x - 3) + (-1)(y - 2) \\&= 4x - y - 2\end{aligned}$$

Exemplo 3

Seja

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$

use a aproximação linear de f no ponto $(1, 2)$ para estimar $f(1,01; 1,98)$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\ln (x^2 + y^2))$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2)$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2) = \frac{2x}{x^2 + y^2}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2) = \frac{2x}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2) = \frac{2x}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = \left. \frac{2x}{x^2 + y^2} \right|_{(1,2)}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2) = \frac{2x}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = \left. \frac{2x}{x^2 + y^2} \right|_{(1,2)} = \frac{2 \times 1}{1^2 + 2^2}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2) = \frac{2x}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = \left. \frac{2x}{x^2 + y^2} \right|_{(1,2)} = \frac{2 \times 1}{1^2 + 2^2} = \frac{2}{5}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\ln (x^2 + y^2))$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2)$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2) = \frac{2y}{x^2 + y^2}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2) = \frac{2y}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2) = \frac{2y}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) = \left. \frac{2y}{x^2 + y^2} \right|_{(1,2)}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2) = \frac{2y}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) = \left. \frac{2y}{x^2 + y^2} \right|_{(1,2)} = \frac{2 \times 2}{1^2 + 2^2}$$

Exemplo 3 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\ln (x^2 + y^2)) = \frac{1}{x^2 + y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2) = \frac{2y}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) = \left. \frac{2y}{x^2 + y^2} \right|_{(1,2)} = \frac{2 \times 2}{1^2 + 2^2} = \frac{4}{5}$$

Exemplo 3 – Avaliando a função

$$f(1, 2)$$

Exemplo 3 – Avaliando a função

$$f(1, 2) = \ln(1 + 4)$$

Exemplo 3 – Avaliando a função

$$f(1, 2) = \ln(1 + 4) = \ln(5)$$

Exemplo 3 – Aproximação linear

$$L(x, y)$$

Exemplo 3 – Aproximação linear

$$L(x, y) = f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b)$$

Exemplo 3 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b) \\&= \ln(5) + \frac{2}{5}(x - 1) + \frac{4}{5}(y - 2)\end{aligned}$$

Exemplo 3 – Avaliando no ponto $f(1,01; 1,98)$

$$L(1,01; 1,98)$$

Exemplo 3 – Avaliando no ponto $f(1,01; 1,98)$

$$L(1,01; 1,98) = \ln(5) + \frac{2}{5}(0,01) + \frac{4}{5}(-0,02)$$

Exemplo 3 – Avaliando no ponto $f(1,01; 1,98)$

$$\begin{aligned} L(1,01; 1,98) &= \ln(5) + \frac{2}{5}(0,01) + \frac{4}{5}(-0,02) \\ &= \ln(5) + \frac{2 - 8}{500} \end{aligned}$$

Exemplo 3 – Avaliando no ponto $f(1,01; 1,98)$

$$\begin{aligned} L(1,01; 1,98) &= \ln(5) + \frac{2}{5}(0,01) + \frac{4}{5}(-0,02) \\ &= \ln(5) + \frac{2 - 8}{500} \\ &= \ln(5) - \frac{6}{500} \end{aligned}$$

Exemplo 3 – Avaliando no ponto $f(1,01; 1,98)$

$$\begin{aligned}L(1,01; 1,98) &= \ln(5) + \frac{2}{5}(0,01) + \frac{4}{5}(-0,02) \\&= \ln(5) + \frac{2 - 8}{500} \\&= \ln(5) - \frac{6}{500} \\&= \ln(5) - \frac{3}{250}\end{aligned}$$

Exemplo 3 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

Exemplo 3 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

$$L(1,01; 1,98) \approx 1.59744$$

Exemplo 3 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

$$L(1,01; 1,98) \approx 1.59744$$

$$f(1,01; 1,98) \approx 1.59747$$

Exemplo 4

Seja

$$f(x, y) = \sqrt{4x + y^2}$$

use a aproximação linear de f no ponto $(1, 2)$ para estimar $f(1.02, 1.99)$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{4x + y^2}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{4x + y^2} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (4x + y^2)^{1/2}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{4x + y^2} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (4x + y^2)^{1/2} \\ &= \frac{1}{2} (4x + y^2)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x} (4x + y^2)\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{4x + y^2} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (4x + y^2)^{1/2} \\ &= \frac{1}{2} (4x + y^2)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x} (4x + y^2) \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{4x + y^2}} 4\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{4x + y^2} \\&= \frac{\partial}{\partial x} (4x + y^2)^{1/2} \\&= \frac{1}{2} (4x + y^2)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x} (4x + y^2) \\&= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{4x + y^2}} 4 \\&= \frac{2}{\sqrt{4x + y^2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) = \left. \frac{2}{\sqrt{4x + y^2}} \right|_{(1,2)}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) &= \left. \frac{2}{\sqrt{4x + y^2}} \right|_{(1,2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{4 \times 1 + 2^2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) &= \left. \frac{2}{\sqrt{4x + y^2}} \right|_{(1,2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{4 \times 1 + 2^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{8}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) &= \left. \frac{2}{\sqrt{4x + y^2}} \right|_{(1,2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{4 \times 1 + 2^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{2}{2\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2) &= \left. \frac{2}{\sqrt{4x + y^2}} \right|_{(1,2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{4 \times 1 + 2^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{4x + y^2}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{4x + y^2} \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (4x + y^2)^{1/2}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{4x + y^2} \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (4x + y^2)^{1/2} \\ &= \frac{1}{2} (4x + y^2)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial y} (4x + y^2)\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{4x + y^2} \\&= \frac{\partial}{\partial y} (4x + y^2)^{1/2} \\&= \frac{1}{2} (4x + y^2)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial y} (4x + y^2) \\&= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{4x + y^2}} 2y\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{4x + y^2} \\&= \frac{\partial}{\partial y} (4x + y^2)^{1/2} \\&= \frac{1}{2} (4x + y^2)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial y} (4x + y^2) \\&= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{4x + y^2}} 2y \\&= \frac{y}{\sqrt{4x + y^2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) = \frac{y}{\sqrt{4x + y^2}} \Big|_{(1,2)}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) &= \frac{y}{\sqrt{4x + y^2}} \Big|_{(1,2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{4 \times 1 + 2^2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) &= \frac{y}{\sqrt{4x + y^2}} \Big|_{(1,2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{4 \times 1 + 2^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{8}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) &= \frac{y}{\sqrt{4x + y^2}} \Big|_{(1,2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{4 \times 1 + 2^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{2}{2\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2) &= \frac{y}{\sqrt{4x + y^2}} \Big|_{(1,2)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{4 \times 1 + 2^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a função

$$f(1, 2)$$

Exemplo 4 – Avaliando a função

$$f(1, 2) = \sqrt{4x + y^2} \Big|_{(1,2)}$$

Exemplo 4 – Avaliando a função

$$\begin{aligned} f(1, 2) &= \sqrt{4x + y^2} \Big|_{(1,2)} \\ &= \sqrt{4 \times 1 + 2^2} \end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a função

$$\begin{aligned} f(1, 2) &= \sqrt{4x + y^2} \Big|_{(1,2)} \\ &= \sqrt{4 \times 1 + 2^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} \end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a função

$$\begin{aligned} f(1, 2) &= \sqrt{4x + y^2} \Big|_{(1,2)} \\ &= \sqrt{4 \times 1 + 2^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} \\ &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

Exemplo 4 – Avaliando a função

$$f(1, 2) = \sqrt{4x + y^2} \Big|_{(1,2)}$$

$$= \sqrt{4 \times 1 + 2^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

Exemplo 4 – Aproximação linear

$$L(x, y)$$

Exemplo 4 – Aproximação linear

$$L(x, y) = f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b)$$

Exemplo 4 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b) \\&= f(1, 2) + \frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)(x - 1) + \frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)(y - 2)\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b) \\&= f(1, 2) + \frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)(x - 1) + \frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)(y - 2) \\&= 2\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}(x - 1) + \frac{1}{\sqrt{2}}(y - 2)\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b) \\&= f(1, 2) + \frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)(x - 1) + \frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)(y - 2) \\&= 2\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}(x - 1) + \frac{1}{\sqrt{2}}(y - 2) \\&= \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{x + y - 3}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b) \\&= f(1, 2) + \frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)(x - 1) + \frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)(y - 2) \\&= 2\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}(x - 1) + \frac{1}{\sqrt{2}}(y - 2) \\&= \frac{4}{\sqrt{2}} + \frac{x + y - 3}{\sqrt{2}} \\&= \frac{x + y + 1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Exemplo 4 – Aproximação

$$L(1.02, 1.99)$$

Exemplo 4 – Aproximação

$$L(1.02, 1.99) = \frac{1.02 + 1.99 + 1}{\sqrt{2}}$$

Exemplo 4 – Aproximação

$$L(1.02, 1.99) = \frac{1.02 + 1.99 + 1}{\sqrt{2}} = \frac{4.01}{\sqrt{2}}$$

Exemplo 4 – Aproximação

$$L(1.02, 1.99) = \frac{1.02 + 1.99 + 1}{\sqrt{2}} = \frac{4.01}{\sqrt{2}} = 2.005\sqrt{2}$$

Exemplo 4 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

Exemplo 4 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

$$L(1.02, 1.99) \approx 2.8284$$

Exemplo 4 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

$$L(1.02, 1.99) \approx 2.8284$$

$$f(1.02, 1.99) \approx 2.8355$$

Exemplo 5

Utilize a linearização da função

$$f(x, y) = e^{x^2 - y^2} \cos(xy)$$

no ponto $(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$, para obter uma estimativa para $f(2, 1)$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right)$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \right) \cos(xy) + e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial x} (\cos(xy))\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \right) \cos(xy) + e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial x} (\cos(xy)) \\ &= e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y^2) \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) \frac{\partial}{\partial x} (xy)\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right) \\&= \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \right) \cos(xy) + e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial x} (\cos(xy)) \\&= e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y^2) \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) \frac{\partial}{\partial x} (xy) \\&= e^{x^2-y^2} 2x \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) y\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right) \\&= \frac{\partial}{\partial x} \left(e^{x^2-y^2} \right) \cos(xy) + e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial x} (\cos(xy)) \\&= e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 - y^2) \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) \frac{\partial}{\partial x} (xy) \\&= e^{x^2-y^2} 2x \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) y \\&= e^{x^2-y^2} (2x \cos(xy) - y \sin(xy))\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\frac{\partial f}{\partial x}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) = e^{\sqrt{\pi}^2 - \sqrt{\pi}^2} \left(2\sqrt{\pi} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) - \sqrt{\pi} \sin(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \right)$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) &= e^{\sqrt{\pi}^2 - \sqrt{\pi}^2} \left(2\sqrt{\pi} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) - \sqrt{\pi} \sin(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \right) \\ &= e^0 \left(2\sqrt{\pi} \cos(\pi) - \sqrt{\pi} \sin(\pi) \right)\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) &= e^{\sqrt{\pi}^2 - \sqrt{\pi}^2} \left(2\sqrt{\pi} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) - \sqrt{\pi} \sin(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \right) \\ &= e^0 \left(2\sqrt{\pi} \cos(\pi) - \sqrt{\pi} \sin(\pi) \right) \\ &= 2\sqrt{\pi}(-1) - \sqrt{\pi}0\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em x

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) &= e^{\sqrt{\pi}^2 - \sqrt{\pi}^2} \left(2\sqrt{\pi} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) - \sqrt{\pi} \sin(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \right) \\ &= e^0 \left(2\sqrt{\pi} \cos(\pi) - \sqrt{\pi} \sin(\pi) \right) \\ &= 2\sqrt{\pi}(-1) - \sqrt{\pi}0 \\ &= -2\sqrt{\pi}\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right)$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \right) \cos(xy) + e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial y} (\cos(xy))\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \right) \cos(xy) + e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial y} (\cos(xy)) \\ &= e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 - y^2) \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) \frac{\partial}{\partial y} (xy)\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right) \\&= \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \right) \cos(xy) + e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial y} (\cos(xy)) \\&= e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 - y^2) \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) \frac{\partial}{\partial y} (xy) \\&= e^{x^2-y^2} (-2y) \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) x\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \cos(xy) \right) \\&= \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{x^2-y^2} \right) \cos(xy) + e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial y} (\cos(xy)) \\&= e^{x^2-y^2} \frac{\partial}{\partial y} (x^2 - y^2) \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) \frac{\partial}{\partial y} (xy) \\&= e^{x^2-y^2} (-2y) \cos(xy) - e^{x^2-y^2} \sin(xy) x \\&= -e^{x^2-y^2} (2y \cos(xy) + x \sin(xy))\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\frac{\partial f}{\partial y}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) = -e^{\sqrt{\pi}^2 - \sqrt{\pi}^2} \left(2\sqrt{\pi} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) + \sqrt{\pi} \operatorname{sen}(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \right)$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) &= -e^{\sqrt{\pi}^2 - \sqrt{\pi}^2} \left(2\sqrt{\pi} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) + \sqrt{\pi} \operatorname{sen}(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \right) \\ &= -e^0 \left(2\sqrt{\pi}(-1) + \sqrt{\pi}0 \right)\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a derivada parcial em y

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial y}(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) &= -e^{\sqrt{\pi}^2 - \sqrt{\pi}^2} \left(2\sqrt{\pi} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) + \sqrt{\pi} \operatorname{sen}(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \right) \\ &= -e^0 \left(2\sqrt{\pi}(-1) + \sqrt{\pi}0 \right) \\ &= 2\sqrt{\pi}\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a função no ponto

$$f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})$$

Exemplo 5 – Avaliando a função no ponto

$$f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) = e^{x^2 - y^2} \cos(xy)$$

Exemplo 5 – Avaliando a função no ponto

$$\begin{aligned} f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) &= e^{x^2 - y^2} \cos(xy) \\ &= e^{\sqrt{\pi}^2 - \sqrt{\pi}^2} \cos(\sqrt{\pi} \sqrt{\pi}) \end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a função no ponto

$$\begin{aligned}f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) &= e^{x^2-y^2} \cos(xy) \\&= e^{\sqrt{\pi}^2-\sqrt{\pi}^2} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \\&= e^0 \cos(\pi)\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a função no ponto

$$\begin{aligned}f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) &= e^{x^2-y^2} \cos(xy) \\&= e^{\sqrt{\pi}^2-\sqrt{\pi}^2} \cos(\sqrt{\pi}\sqrt{\pi}) \\&= e^0 \cos(\pi) \\&= -1\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Aproximação linear

$$L(x, y)$$

Exemplo 5 – Aproximação linear

$$L(x, y) = f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$$

Exemplo 5 – Aproximação linear

$$\begin{aligned} L(x, y) &= f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \\ &= f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) + f_x(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})(x - \sqrt{\pi}) + f_y(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})(y - \sqrt{\pi}) \end{aligned}$$

Exemplo 5 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \\&= f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) + f_x(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})(x - \sqrt{\pi}) + f_y(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})(y - \sqrt{\pi}) \\&= -1 - 2\sqrt{\pi}(x - \sqrt{\pi}) + 2\sqrt{\pi}(y - \sqrt{\pi})\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \\&= f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) + f_x(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})(x - \sqrt{\pi}) + f_y(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})(y - \sqrt{\pi}) \\&= -1 - 2\sqrt{\pi}(x - \sqrt{\pi}) + 2\sqrt{\pi}(y - \sqrt{\pi}) \\&= -1 - 2\sqrt{\pi}x + 2\pi + 2\sqrt{\pi}y - 2\pi\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Aproximação linear

$$\begin{aligned}L(x, y) &= f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \\&= f(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}) + f_x(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})(x - \sqrt{\pi}) + f_y(\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi})(y - \sqrt{\pi}) \\&= -1 - 2\sqrt{\pi}(x - \sqrt{\pi}) + 2\sqrt{\pi}(y - \sqrt{\pi}) \\&= -1 - 2\sqrt{\pi}x + 2\pi + 2\sqrt{\pi}y - 2\pi \\&= 2\sqrt{\pi}(y - x) - 1\end{aligned}$$

Exemplo 5 – Avaliando a estimativa para $f(3, 2)$

$$L(2, 1)$$

Exemplo 5 – Avaliando a estimativa para $f(3, 2)$

$$L(2, 1) = 2\sqrt{\pi}(1 - 2) - 1$$

Exemplo 5 – Avaliando a estimativa para $f(3, 2)$

$$L(2, 1) = 2\sqrt{\pi}(1 - 2) - 1 = -2\sqrt{\pi} - 1$$

Exemplo 5 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

Exemplo 5 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

$$L(2, 1) \approx -4.54490770181$$

Exemplo 5 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

$$L(2, 1) \approx -4.54490770181$$

$$f(2, 1) \approx -8.35853265094$$

Exemplo 5 – Comparando com o valor exato

Com uma calculadora podemos avaliar

$$L(2, 1) \approx -4.54490770181$$

$$f(2, 1) \approx -8.35853265094$$

Os pontos estão muito longe para que a aproximação linear seja adequada

Conteúdo

Aproximação Linear

Exemplos

Lista Mínima

Lista mínima

Cálculo Vol. 2 do Thomas 12^a ed. – Seção 14.6

1. Estudar o texto da seção
2. Resolver os exercícios: 25-30

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações