

Polinômios em Números Complexos

Luis Alberto D'Afonseca

Cálculo de Funções de Várias Variáveis – I



<https://material-didatico.github.io/pages/cfvv1>

Conteúdo

Polinômios

Lista Mínima

Polinômios

Um **polinômio** de grau $n \in \mathbb{N}$ de uma variável complexa z

Polinômios

Um **polinômio** de grau $n \in \mathbb{N}$ de uma variável complexa z é

$$P_n(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_2 z^2 + a_1 z + a_0$$

com $z, a_k \in \mathbb{C}$

Polinômios

Um **polinômio** de grau $n \in \mathbb{N}$ de uma variável complexa z é

$$P_n(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_2 z^2 + a_1 z + a_0$$

com $z, a_k \in \mathbb{C}$

Um polinômio de grau n possui n raízes complexas

Polinômios

Um **polinômio** de grau $n \in \mathbb{N}$ de uma variável complexa z é

$$P_n(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_2 z^2 + a_1 z + a_0$$

com $z, a_k \in \mathbb{C}$

Um polinômio de grau n possui n raízes complexas

Se os coeficientes a_k forem reais, as raízes serão reais ou pares conjugados

Raízes da Equação Quadrática

Raízes do polinômio

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad a \neq 0 \qquad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Raízes da Equação Quadrática

Raízes do polinômio

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad a \neq 0 \qquad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \text{onde} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Raízes da Equação Quadrática

Raízes do polinômio

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{onde} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Se $\Delta < 0$ temos $\sqrt{\Delta} = \sqrt{|\Delta|} i$

Exemplo 1

Encontre as raízes do polinômio

$$p = 2z^2 - 4z + 4$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

$$= -16$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

$$= -16$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-16}$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

$$= -16$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-16}$$

$$= \sqrt{16} i$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

$$= -16$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-16}$$

$$= \sqrt{16} i$$

$$= 4i$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

$$= -16$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-16}$$

$$= \sqrt{16} i$$

$$= 4i$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

$$= -16$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-16}$$

$$= \sqrt{16} i$$

$$= 4i$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm 4i}{2 \times 2} \end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

$$= -16$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-16}$$

$$= \sqrt{16} i$$

$$= 4i$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm 4i}{2 \times 2} \\ &= \frac{4 \pm 4i}{4} \end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 4$$

$$= 16 - 32$$

$$= -16$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-16}$$

$$= \sqrt{16} i$$

$$= 4i$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-(-4) \pm 4i}{2 \times 2}$$

$$= \frac{4 \pm 4i}{4}$$

$$= 1 \pm i$$

Exemplo 2

Encontre as raízes do polinômio $p(x) = x^3 - 6x^2 + 10x$

Exemplo 2 – Solução

Queremos resolver a equação

$$x^3 - 6x^2 + 10x = 0$$

Exemplo 2 – Solução

Queremos resolver a equação

$$x^3 - 6x^2 + 10x = 0$$

que podemos escrever como

$$x(x^2 - 6x + 10) = 0$$

Exemplo 2 – Solução

Queremos resolver a equação

$$x^3 - 6x^2 + 10x = 0$$

que podemos escrever como

$$x(x^2 - 6x + 10) = 0$$

Uma das raízes é $x = 0$, usamos Bhaskara para encontrar as demais

Exemplo 2 – Solução

Δ

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

$$\sqrt{\Delta}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-4}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-4} = i\sqrt{4}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-4} = i\sqrt{4} = 2i$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-4} = i\sqrt{4} = 2i$$

$$x$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-4} = i\sqrt{4} = 2i$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-4} = i\sqrt{4} = 2i$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm 2i}{2}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{-4} = i\sqrt{4} = 2i$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm 2i}{2} = 3 \pm i$$

Exemplo 2 – Solução

Portanto as raízes de p são

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3 - i$$

$$x_3 = 3 + i$$

Conteúdo

Polinômios

Lista Mínima

Lista Mínima

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações