

Definição de Vetores

Luis Alberto D'Afonseca

Geometria Analítica e Álgebra Linear



<https://material-didatico.github.io/pages/gaal>

Conteúdo

Vetores

Definição Geométrica

Definição algébrica

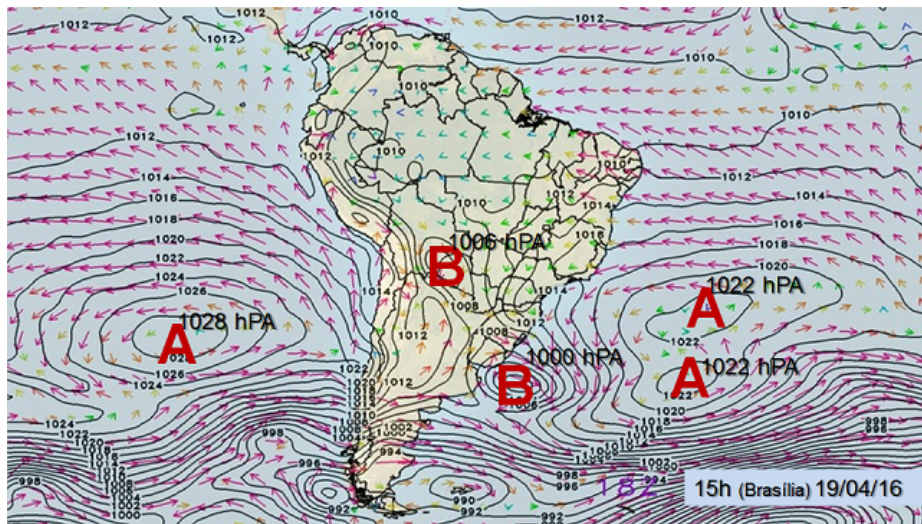
Etimologia do Termo Vetor

O termo latino vector deriva do verbo *vehere*,
que quer dizer “levar”, “conduzir” ou “carregar”

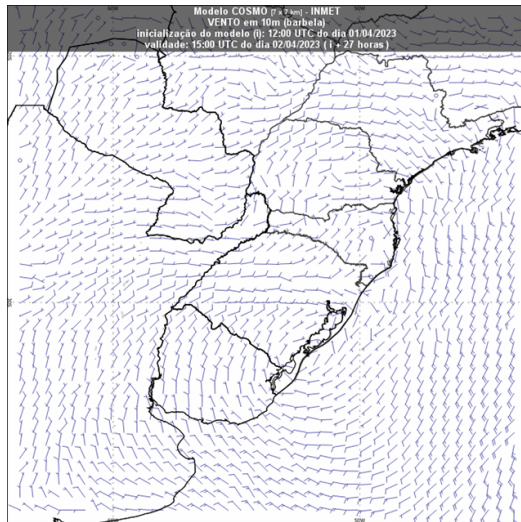
Na Matemática e Física os vetores são “setinhas”

Precisamos dizer isso de forma **precisa** e que nos permita fazer **cálculos**

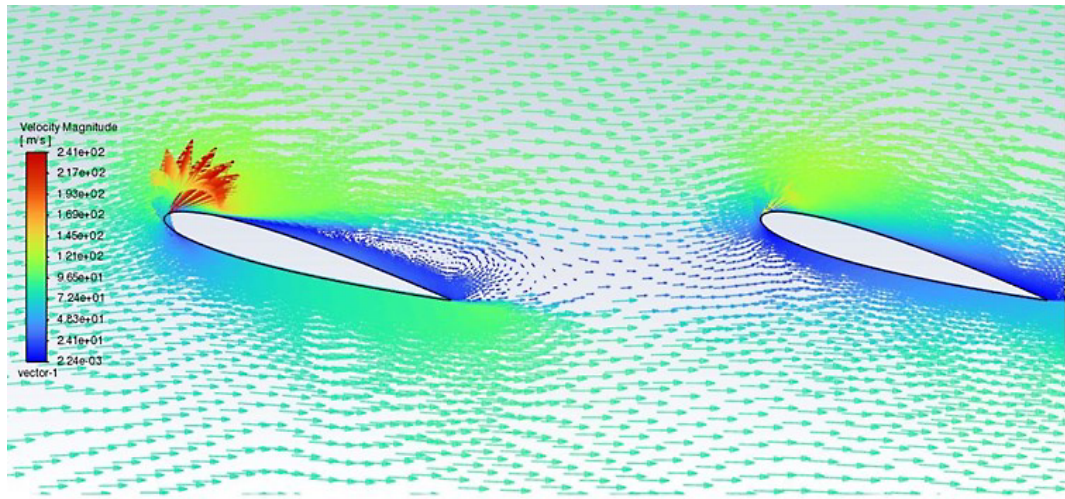
Mapa de Ventos



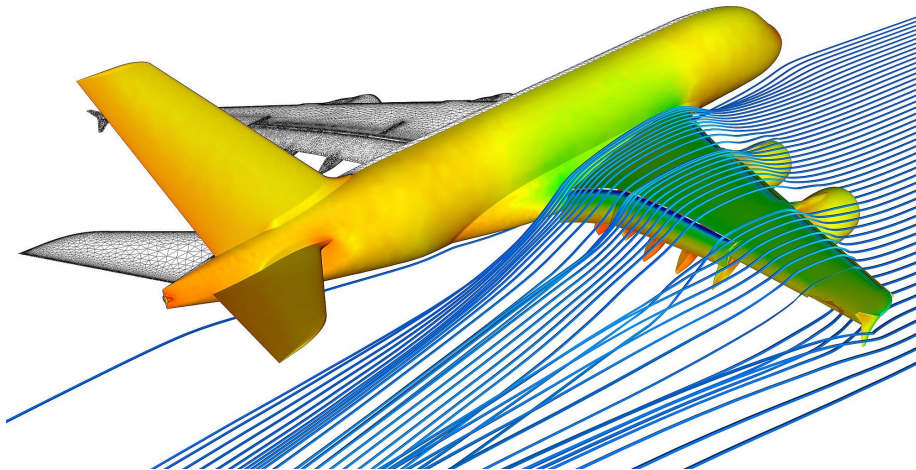
Mapa de Ventos



Fluxo em um Aerofólio



Linhas de Fluxo



Conteúdo

Vetores

Definição Geométrica

Definição algébrica

Definição geométrica de vetor

Um vetor é representado por um segmento de reta orientado

Representamos um vetor por uma seta

$$\overrightarrow{AB}$$

O ponto A é a origem do vetor

O ponto B é sua extremidade

O vetor $\overrightarrow{AB}$ representa um deslocamento do ponto A para o ponto B

Características dos vetores

Um vetor possui três características fundamentais

módulo ou norma, seu comprimento

direção a direção da reta que o contém

sentido indicado pela orientação da seta

Vetores iguais

Dois vetores são considerados iguais quando possuem

- ▶ o mesmo módulo
- ▶ a mesma direção
- ▶ o mesmo sentido

A posição em que o vetor é desenhado **não** determina o vetor

Podemos deslocar um vetor paralelamente sem alterar suas características

Vetor representado a partir da origem

Frequentemente, representamos um vetor partindo da origem

$$O = (0, 0)$$

Notação

$$\vec{v} = \overrightarrow{OP}$$

Se $P = (a, b)$

o vetor pode ser representado por

$$\vec{v} = (a, b) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Essa representação é conveniente para realizar cálculos

Independência do Ponto de Origem

O vetor não está associado exclusivamente à origem

O mesmo vetor pode ser representado a partir de qualquer ponto do plano

Exemplo 1

Represente o vetor $\vec{v} = (2, 3)$ partindo de $A = (2, -1)$

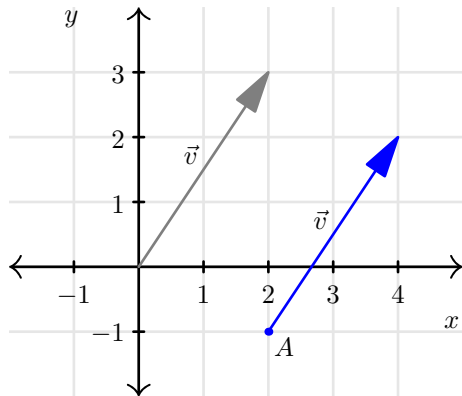
Exemplo 1 – Solução

O vetor $\vec{v} = (2, 3)$ define
deslocamento de 2 unidades para a direita
deslocamento de 3 unidades para cima

Partindo de $A = (2, -1)$

Avançamos para $(4, -1)$

Depois para $(4, 2)$



Conteúdo

Vetores

Definição Geométrica

Definição algébrica

Definição Algébrica

No plano, $\mathbb{R}^2$, cada vetor pode ser representado por um par ordenado

$$\vec{v} = (v_1, v_2) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

No espaço tridimensional, $\mathbb{R}^3$,

$$\vec{v} = (v_1, v_2, v_3) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

Definição Algébrica

Um vetor de $\mathbb{R}^n$ é uma n -upla

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n) = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

Os números $v_1, v_2, \dots, v_n$ são as **componentes** do vetor

Exemplo 2

Encontre o vetor $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ determinado pelos pontos

$$A = (2, 3)$$

$$B = (1, 4)$$

Exemplo 2 – Solução

O deslocamento na coordenada x entre os pontos A e B é

$$v_x = 1 - 2 = -1$$

O deslocamento na coordenada y entre os pontos A e B é

$$v_y = 4 - 3 = 1$$

Portanto

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3

Dado o vetor $\vec{u} = \overrightarrow{PQ}$ com $P = (2, -1)$ e $Q = (5, 3)$ determine

- 1) o vetor $\vec{u}$
- 2) o ponto na extremidade do vetor $\vec{u}$ partindo da origem
- 3) o ponto na extremidade do vetor $\vec{u}$ partindo do ponto $(-1, -2)$

Exemplo 3 – Solução

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

O vetor $\vec{u}$ partindo da origem termina no ponto $(3, 4)$

O vetor $\vec{u}$ partindo do ponto $(-1, -2)$ termina no ponto com coordenadas

$$x = -1 + u_x = -1 + 3 = 2$$

$$y = -2 + u_y = -2 + 4 = 2$$

Exemplo 4

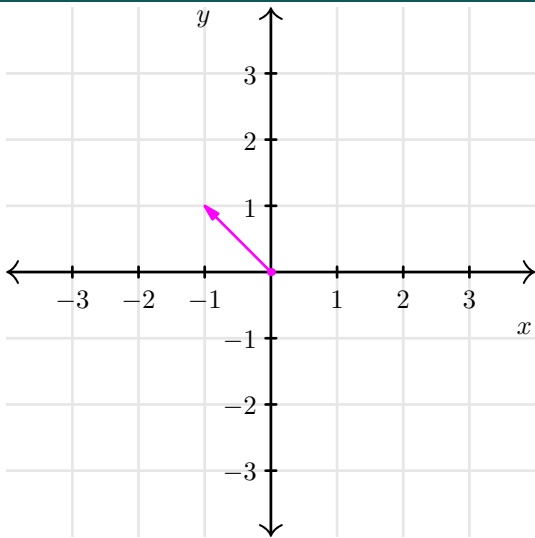
Avalie e esboce o vetor

$$v(x, y) = \begin{pmatrix} 2x + y - 1 \\ 1 + y - x \end{pmatrix}$$

nos pontos $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(1, -1)$

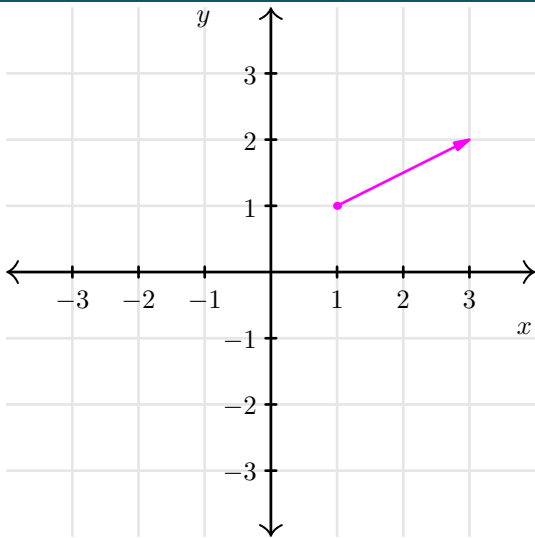
Exemplo 4 – Ponto $(0, 0)$

$$\begin{aligned} v(0, 0) &= \begin{pmatrix} 2x + y - 1 \\ 1 + y - x \end{pmatrix} \Big|_{(0,0)} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \times 0 + 0 - 1 \\ 1 + 0 - 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



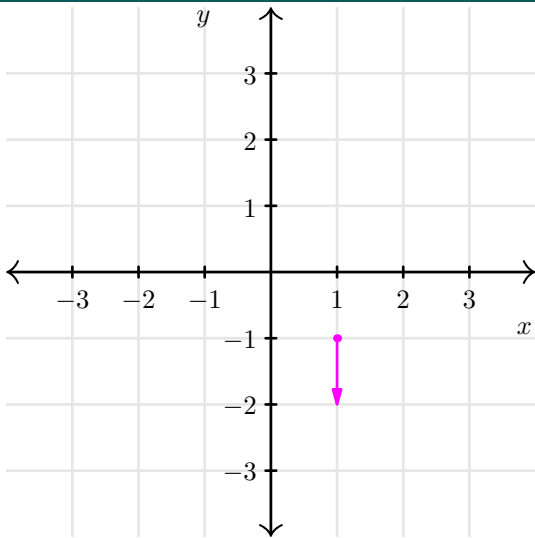
Exemplo 4 – Ponto $(1, 1)$

$$\begin{aligned} v(1, 1) &= \begin{pmatrix} 2x + y - 1 \\ 1 + y - x \end{pmatrix} \Big|_{(1,1)} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \times 1 + 1 - 1 \\ 1 + 1 - 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



Exemplo 4 – Ponto $(1, -1)$

$$\begin{aligned} v(1, -1) &= \begin{pmatrix} 2x + y - 1 \\ 1 + y - x \end{pmatrix} \Big|_{(1, -1)} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \times 1 + (-1) - 1 \\ 1 + (-1) - 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



Campo Vetorial $\times 0,1$

