

Produto por Escalar

Luis Alberto D'Afonseca

Geometria Analítica e Álgebra Linear



<https://material-didatico.github.io/pages/gaal>

Conteúdo

Produto por Escalar

Produto de um Vetor por um Escalar

O produto de $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$ por $\lambda \in \mathbb{R}$ é um novo vetor

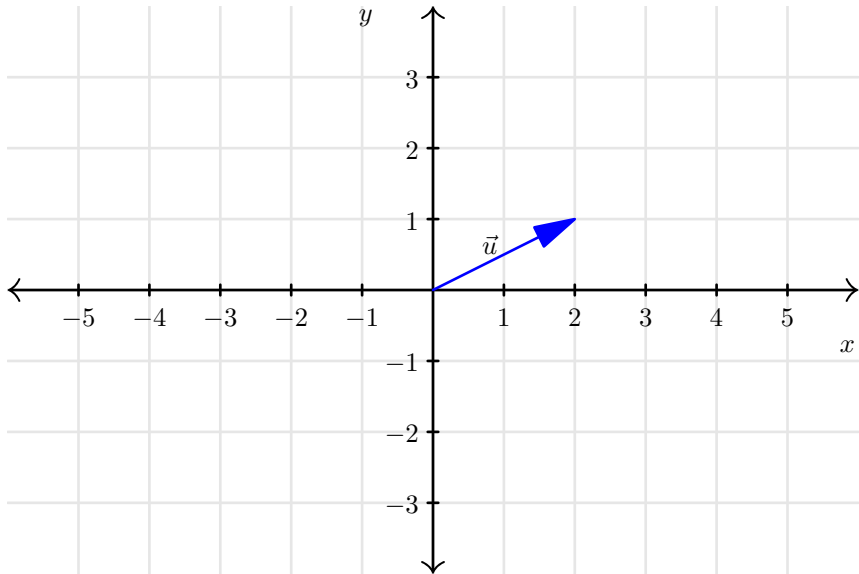
$$\vec{v} = \lambda \vec{u}$$

O vetor $\vec{u}$ é escalado pelo valor λ

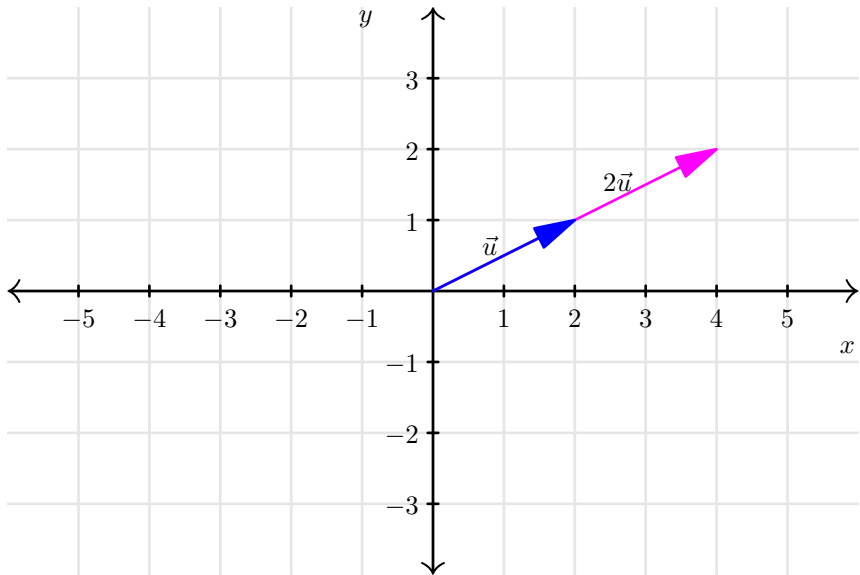
O vetor $\vec{v}$ é um múltiplo do vetor $\vec{u}$

O vetor $\vec{v}$ é colinear, ou paralelo, ao vetor $\vec{u}$

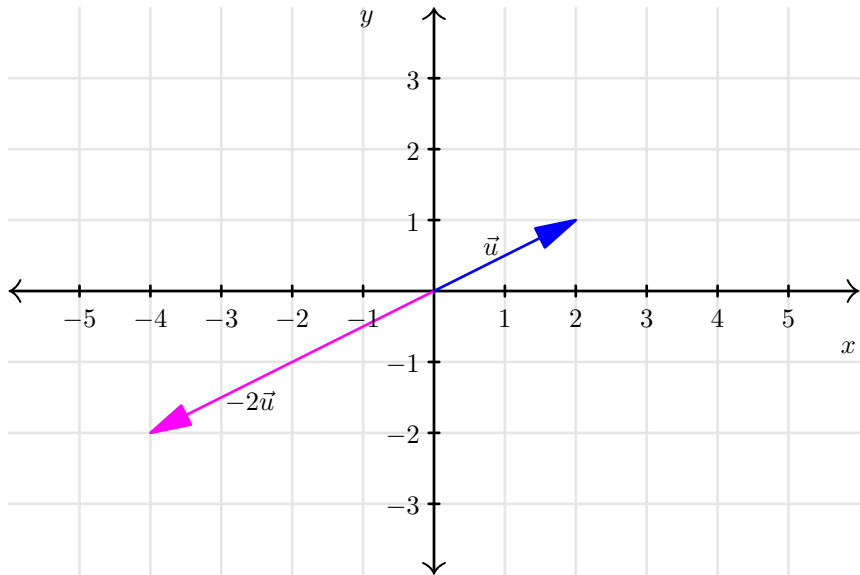
Interpretação Geométrica



Interpretação Geométrica



Interpretação Geométrica



Produto de um Vetor por um Escalar

Se $\lambda > 1$ o vetor aumenta de comprimento

Se $0 < \lambda < 1$ o vetor diminui de comprimento

Se $\lambda < 0$ o sentido é invertido

Se $\lambda = 0$ obtemos o vetor nulo

Cálculo do Produto por Escalar

Para $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\vec{u} = (u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2$

$$\lambda \vec{u} = \lambda (u_1, u_2) = (\lambda u_1, \lambda u_2) = \begin{pmatrix} \lambda u_1 \\ \lambda u_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Exemplo 1

Dado

$$\vec{u} = (2, -3)$$

Determine

$$3\vec{u} \quad \text{e} \quad -2\vec{u}$$

Exemplo 1 – Solução

$$\vec{v} = 3\vec{u}$$

$$= 3(2, -3)$$

$$= (3 \times 2, 3(-3))$$

$$= (6, -9)$$

$$\vec{w} = -2\vec{u}$$

$$= ((-2)2, (-2) - 3)$$

$$= (-4, 6)$$

Propriedades do Produto por Escalar

Para escalares λ e μ e vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$

$$1 \vec{u} = \vec{u}$$

$$0 \vec{u} = \vec{0}$$

$$(-1)\vec{u} = -\vec{u}$$

$$\lambda(\mu\vec{u}) = (\lambda\mu)\vec{u}$$

$$(\lambda + \mu)\vec{u} = \lambda\vec{u} + \mu\vec{u}$$

$$\lambda(\vec{u} + \vec{v}) = \lambda\vec{u} + \lambda\vec{v}$$

Exemplo 2

Determine λ sabendo que $\lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \end{pmatrix}$

Exemplo 2 – Solução

$$\lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2\lambda \\ -3\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2\lambda = 8 \\ -3\lambda = -12 \end{cases}$$

Exemplo 2 – Solução

Comparando a primeira componente

$$2\lambda = 8$$

$$\lambda = 4$$

Verificando a segunda componente

$$-3\lambda = -12$$

$$\lambda = 4$$

Portanto

$$\lambda = 4$$

Exemplo 3

Determine p para que os vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$ sejam paralelos

$$\vec{v} = (-6, 3, p)$$

$$\vec{w} = (2, -1, 3)$$

Exemplo 3 – Solução

Os vetores serão paralelos se um for múltiplo do outro, isto é, se existir λ tal que

$$\vec{v} = \lambda \vec{w}$$

$$(-6, 3, p) = \lambda(2, -1, 3)$$

$$(-6, 3, p) = (\lambda 2, \lambda(-1), \lambda 3)$$

$$(-6, 3, p) = (2\lambda, -\lambda, 3\lambda)$$

Exemplo 3 – Solução

$$-6 = 2\lambda$$

$$2\lambda = -6$$

$$\lambda = -3$$

$$3 = -\lambda$$

$$-\lambda = 3$$

$$\lambda = -3$$

compatível

$$p = 3\lambda$$

$$= 3(-3)$$

$$= -9$$