

Equação da Reta

Luis Alberto D'Afonseca

Geometria Analítica e Álgebra Linear



<https://material-didatico.github.io/pages/gaal>

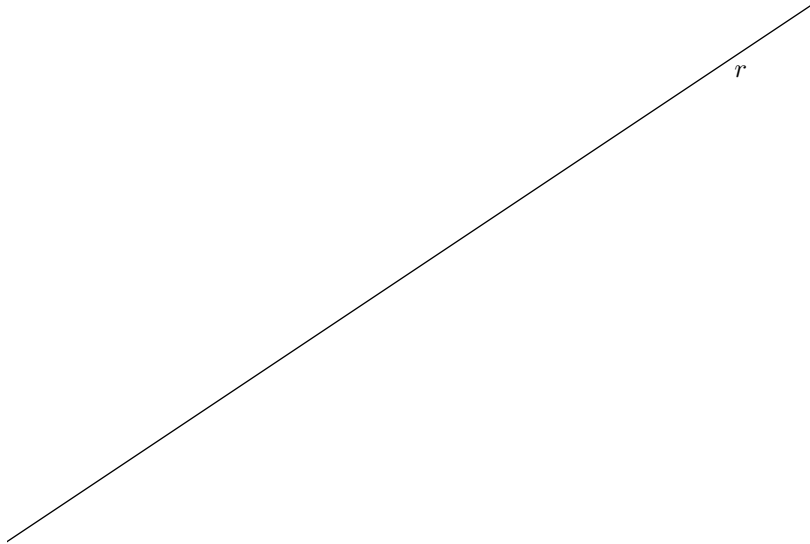
Conteúdo

Equação Vetorial da Reta

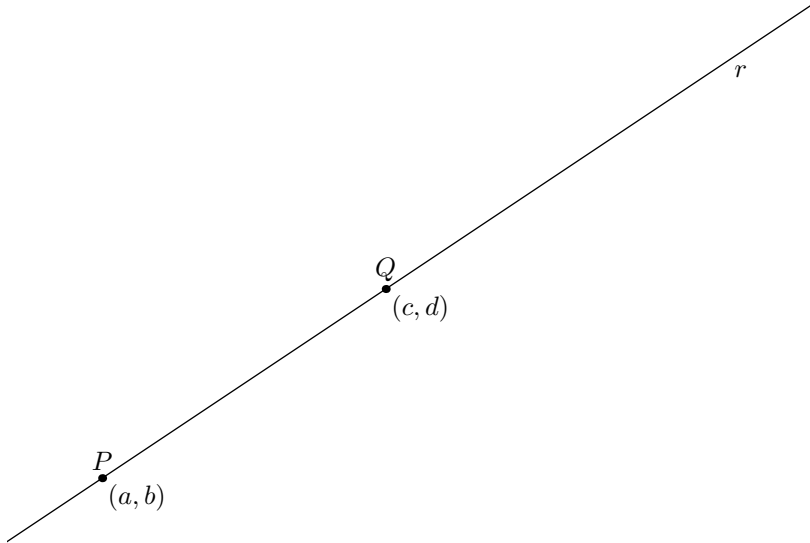
Equações Paramétricas

Equações Simétricas

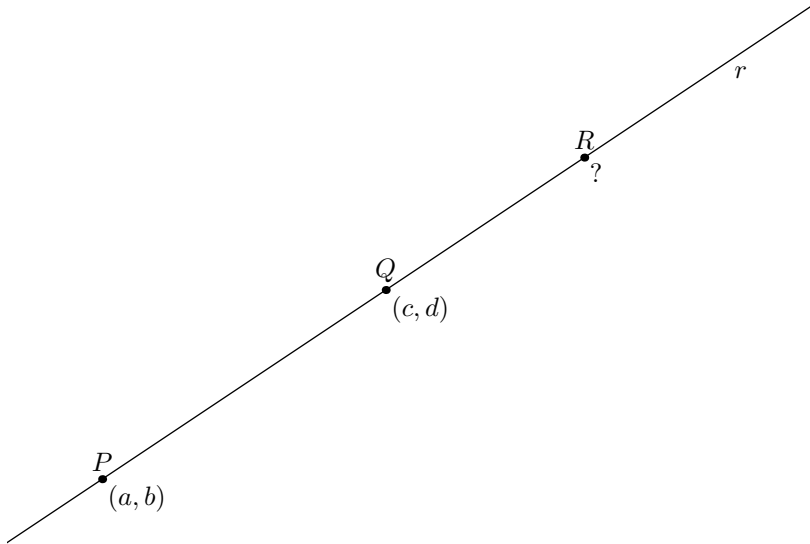
Equação Vetorial da Reta



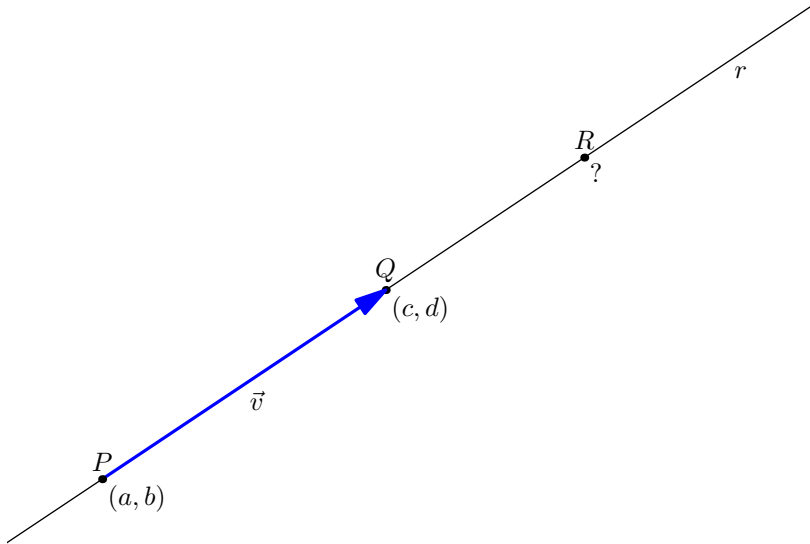
Equação Vetorial da Reta



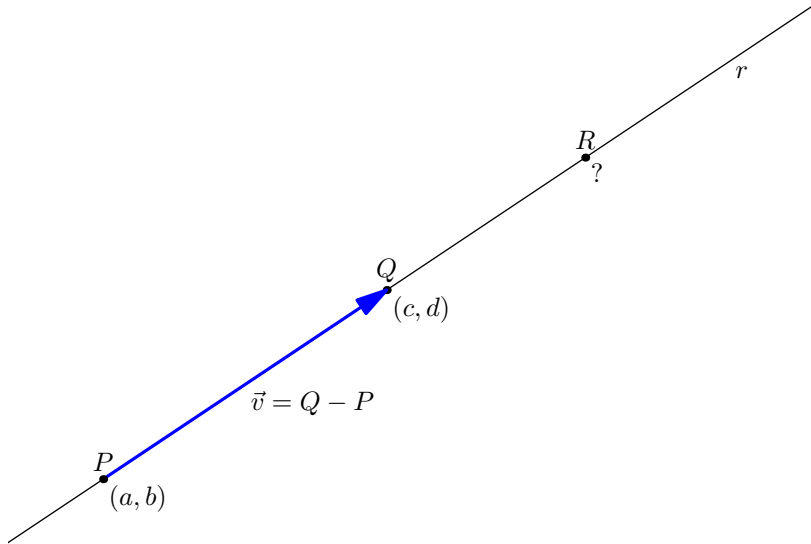
Equação Vetorial da Reta



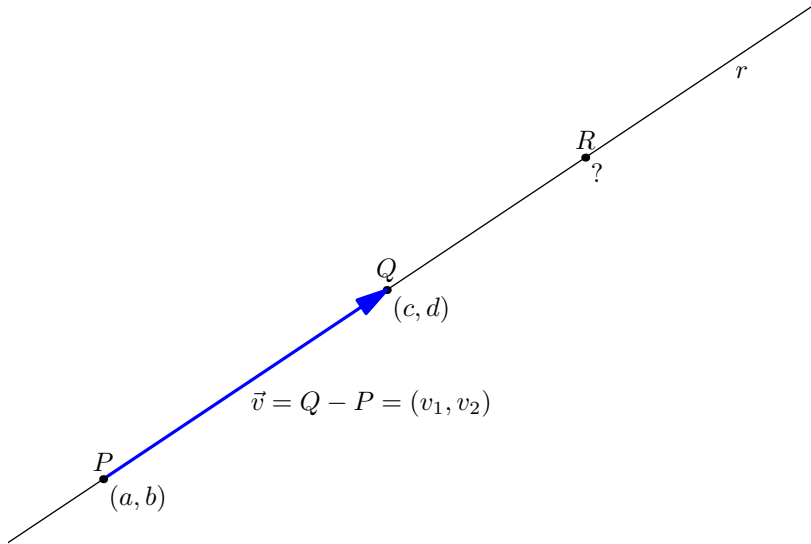
Equação Vetorial da Reta



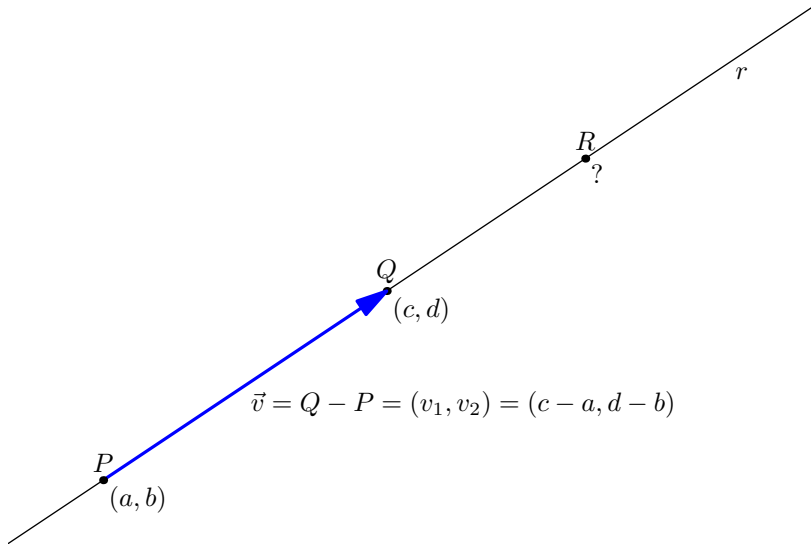
Equação Vetorial da Reta



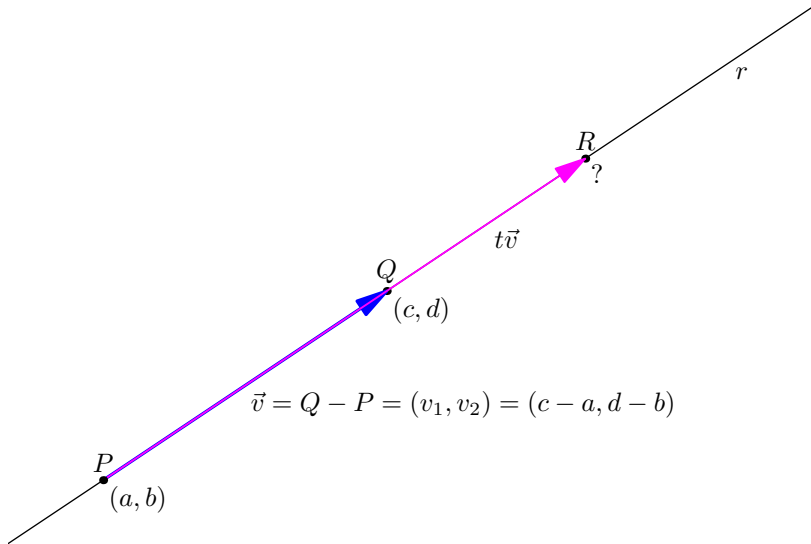
Equação Vetorial da Reta



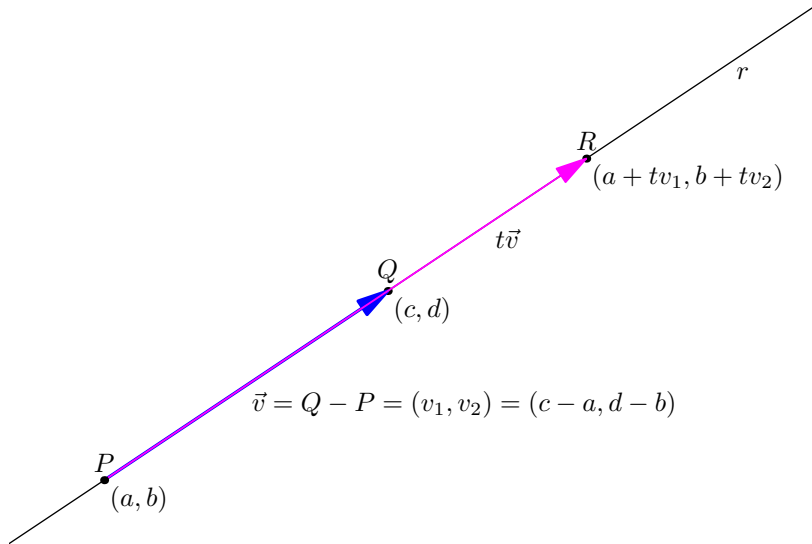
Equação Vetorial da Reta



Equação Vetorial da Reta



Equação Vetorial da Reta



Equação Vetorial da Reta

Uma reta é determinada por

- ▶ um ponto pertencente à reta
- ▶ um vetor não nulo paralelo à reta (vetor diretor)

Equação Vetorial da Reta

Dados um ponto da reta, P , e um vetor diretor, $\vec{v}$

Para qualquer ponto R da reta

o vetor $\overrightarrow{PR}$ é paralelo a $\vec{v}$

Assim, existe $t \in \mathbb{R}$, tal que

$$\overrightarrow{PR} = t\vec{v}$$

então

$$R = P + t\vec{v}$$

Equação vetorial da reta

$$\text{Se } \vec{p} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

A equação vetorial

$$\vec{r} = \vec{p} + t\vec{v}$$

é escrita como

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad t \in \mathbb{R}$$

$\vec{r}$ é chamado de **vetor posição** e representa um ponto qualquer

Exemplo 1

Determine a equação vetorial e as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto

$$P = (2, -1, 3)$$

e possui vetor diretor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Exemplo 1 – Solução

A equação vetorial é obtida diretamente de

$$\vec{r} = P + t\vec{v}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

Conteúdo

Equação Vetorial da Reta

Equações Paramétricas

Equações Simétricas

Equações Paramétricas

Escrevendo

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad t \in \mathbb{R}$$

separadamente para cada coordenada, temos as [Equações Paramétricas da Reta](#)

$$\begin{cases} x = a + t v_1 \\ y = b + t v_2 \\ z = c + t v_3 \end{cases}$$

$t \in \mathbb{R}$ é o [parâmetro](#)

Exemplo 2

Determine as equações paramétricas da reta que passa pelos pontos

$$A = (1, 2, -1)$$

$$B = (4, -2, 5)$$

Exemplo 2 – Solução

Vetor diretor

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Equação da reta $\vec{r} = A + t\vec{v}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = -1 + 6t \end{cases}$$

Exemplo 3

Determine se o ponto $P = (0, 7, 8)$ pertence à reta

$$r: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

Exemplo 3 – Solução

Para que P pertença à reta, deve existir um mesmo valor de $t \in \mathbb{R}$ que satisfaça as três equações

$$x = 2 - t$$

$$y = 1 + 3t$$

$$z = 4 + 2t$$

$$0 = 2 - t$$

$$= 1 + 3 \times 2$$

$$= 4 + 2 \times 2$$

$$t = 2$$

$$= 7$$

$$= 8$$

As três coordenadas são satisfeitas pelo mesmo parâmetro, portanto, $P \in r$

Conteúdo

Equação Vetorial da Reta

Equações Paramétricas

Equações Simétricas

Equações Simétricas

Se v_1 , v_2 e v_3 forem diferentes de zero, isolamos o t em

$$\begin{cases} x = a + tv_1 \\ y = b + tv_2 \\ z = c + tv_3 \end{cases}$$

obtendo

$$t = \frac{x - a}{v_1} \quad t = \frac{y - b}{v_2} \quad t = \frac{z - c}{v_3}$$

Para qualquer ponto na reta

$$\frac{x - a}{v_1} = \frac{y - b}{v_2} = \frac{z - c}{v_3}$$

Exemplo 4

Determine a equação simétrica da reta

$$r: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

Exemplo 4 – Solução

Isolando o parâmetro em cada equação

$$t = \frac{x-2}{3} \quad t = -\frac{y+1}{2} \quad t = z-4$$

temos

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = z-4$$

Exemplo 5

Determine uma equação vetorial para a reta

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{4}$$

Exemplo 5 – Solução

Introduzimos um parâmetro comum

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{4} = t$$

Assim,

$$x = 1 + 2t \quad y = -3 - t \quad z = 2 + 4t$$

Portanto

$$(x, y, z) = (1, -3, 2) + t(2, -1, 4)$$

O ponto $P = (1, -3, 2)$ pertence à reta

e $\vec{v} = (2, -1, 4)$ é um vetor diretor