

O Método (Secreto) da Matemática

Luis Alberto D'Afonseca

Geometria Analítica e Álgebra Linear



<https://material-didatico.github.io/pages/gaal>

Conteúdo

Método Matemático

Resolvendo Exercícios em uma Prova

Lista Mínima

O Método Matemático

Não basta encontrar a solução correta,
precisamos da solução **comprovadamente correta**

O Método Matemático

Uma aproximação não é uma solução

O Método Matemático

Não podemos usar o método empírico

O Método Matemático

Toda afirmação precisa ser **comprovadamente verdadeira**

O Método Matemático

Detalhes são extremamente importantes

O Método Matemático

Detalhes são extremamente importantes

Notações similares podem significar coisas muito diferentes

O Método Matemático

1. Axiomas

O Método Matemático

1. Axiomas

- ▶ Definem uma teoria

O Método Matemático

1. Axiomas

- ▶ Definem uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

O Método Matemático

1. Axiomas

- ▶ Definem uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

2. Definições

O Método Matemático

1. Axiomas

- ▶ Definem uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

2. Definições

- ▶ Definem conceitos em uma teoria

O Método Matemático

1. Axiomas

- ▶ Definem uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

2. Definições

- ▶ Definem conceitos em uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

O Método Matemático

1. Axiomas

- ▶ Definem uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

2. Definições

- ▶ Definem conceitos em uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

3. Proposições, Lemas, Teoremas, Corolários

O Método Matemático

1. Axiomas

- ▶ Definem uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

2. Definições

- ▶ Definem conceitos em uma teoria
- ▶ Combinamos que é verdade

3. Proposições, Lemas, Teoremas, Corolários

- ▶ Demonstramos que é verdade

O Método Matemático

Nem sempre o “*obvio*” é verdadeiro

O Método Matemático

Cada passagem em um desenvolvimento deve
obrigatoriamente estar ancorada em um resultado demonstrado

O Método Matemático

Cada passagem em um desenvolvimento deve
obrigatoriamente estar ancorada em um resultado demonstrado

Por isso eles são numerados

Conteúdo

Método Matemático

Resolvendo Exercícios em uma Prova

Lista Mínima

- ▶ A resposta correta tem pouca importância

Na Prova

- ▶ A resposta correta tem pouca importância
- ▶ Sua capacidade de manipular corretamente os conceitos é o que importa

Na Prova

- ▶ A resposta correta tem pouca importância
- ▶ Sua capacidade de manipular corretamente os conceitos é o que importa
- ▶ Você não quer depender

- ▶ A resposta correta tem pouca importância
- ▶ Sua capacidade de manipular corretamente os conceitos é o que importa
- ▶ Você não quer depender
 - ▶ da boa vontade do corretor

- ▶ A resposta correta tem pouca importância
- ▶ Sua capacidade de manipular corretamente os conceitos é o que importa
- ▶ Você não quer depender
 - ▶ da boa vontade do corretor
 - ▶ da capacidade do corretor em decifrar o que você escreveu

- ▶ A resposta correta tem pouca importância
- ▶ Sua capacidade de manipular corretamente os conceitos é o que importa
- ▶ Você não quer depender
 - ▶ da boa vontade do corretor
 - ▶ da capacidade do corretor em decifrar o que você escreveu
 - ▶ da capacidade do corretor em adivinhar o que você pensou

Organização do Prova

- ▶ Respeite as margens do papel (Todas as Quatro!)

Organização do Prova

- ▶ Respeite as margens do papel (Todas as Quatro!)
- ▶ Use uma “fonte” adequada, cada coisa tem seu símbolo **único**

Organização do Prova

- ▶ Respeite as margens do papel (Todas as Quatro!)
- ▶ Use uma “fonte” adequada, cada coisa tem seu símbolo **único**
- ▶ Não imite o quadro do professor ou as imagens de um vídeo

Organização do Prova

- ▶ Respeite as margens do papel (Todas as Quatro!)
- ▶ Use uma “fonte” adequada, cada coisa tem seu símbolo **único**
- ▶ Não imite o quadro do professor ou as imagens de um vídeo
- ▶ Em português escrevemos da esquerda para a direita e de cima para baixo

Organização do Prova

- ▶ Respeite as margens do papel (Todas as Quatro!)
- ▶ Use uma “fonte” adequada, cada coisa tem seu símbolo único
- ▶ Não imite o quadro do professor ou as imagens de um vídeo
- ▶ Em português escrevemos da esquerda para a direita e de cima para baixo
 - ▶ siga essa regra

Organização do Prova

- ▶ Respeite as margens do papel (Todas as Quatro!)
- ▶ Use uma “fonte” adequada, cada coisa tem seu símbolo **único**
- ▶ Não imite o quadro do professor ou as imagens de um vídeo
- ▶ Em português escrevemos da esquerda para a direita e de cima para baixo
 - ▶ siga essa regra
 - ▶ não use setas para indicar o sentido de leitura

Organização do Prova

- ▶ Respeite as margens do papel (Todas as Quatro!)
- ▶ Use uma “fonte” adequada, cada coisa tem seu símbolo **único**
- ▶ Não imite o quadro do professor ou as imagens de um vídeo
- ▶ Em português escrevemos da esquerda para a direita e de cima para baixo
 - ▶ siga essa regra
 - ▶ não use setas para indicar o sentido de leitura
 - ▶ a informação não pode vir do futuro

Notação

- ▶ Use a notação correta

Notação

- ▶ Use a notação correta
- ▶ Não misture os símbolos $=$, $\rightarrow$, $\Rightarrow$

Notação

- ▶ Use a notação correta
- ▶ Não misture os símbolos $=$, $\rightarrow$, $\Rightarrow$
 - ▶ $=$ indica igualdade, ambos os lados são exatamente a mesma coisa

Notação

- ▶ Use a notação correta
- ▶ Não misture os símbolos $=$, $\rightarrow$, $\Rightarrow$
 - ▶ $=$ indica igualdade, ambos os lados são exatamente a mesma coisa
 - ▶ $\rightarrow$ é usado somente na notação de limite e na definição de funções

Notação

- ▶ Use a notação correta
- ▶ Não misture os símbolos $=$, $\rightarrow$, $\Rightarrow$
 - ▶ $=$ indica igualdade, ambos os lados são exatamente a mesma coisa
 - ▶ $\rightarrow$ é usado somente na notação de limite e na definição de funções
 - ▶ $\Rightarrow$ indica implicação lógica

Notação

- ▶ Use a notação correta
 - ▶ Não misture os símbolos $=$, $\rightarrow$, $\Rightarrow$
 - ▶ $=$ indica igualdade, ambos os lados são exatamente a mesma coisa
 - ▶ $\rightarrow$ é usado somente na notação de limite e na definição de funções
 - ▶ $\Rightarrow$ indica implicação lógica
- (A terra é plana) $\Rightarrow$ (Belo Horizonte tem praias maravilhosas)

Notação

- ▶ Use a notação correta
- ▶ Não misture os símbolos $=$, $\rightarrow$, $\Rightarrow$
 - ▶ $=$ indica igualdade, ambos os lados são exatamente a mesma coisa
 - ▶ $\rightarrow$ é usado somente na notação de limite e na definição de funções
 - ▶ $\Rightarrow$ indica implicação lógica

(A terra é plana) $\Rightarrow$ (Belo Horizonte tem praias maravilhosas)

Afirmção **verdadeira**, pois falso implica em falso

Exemplo do uso de $\Rightarrow$

Afirmção verdadeira para $x \in \mathbb{R}$

$$x > 7 \quad \Rightarrow \quad x > 3$$

Exemplo do uso de $\Rightarrow$

Afirmção verdadeira para $x \in \mathbb{R}$

$$x > 7 \quad \Rightarrow \quad x > 3$$

Substituindo valores

Exemplo do uso de $\Rightarrow$

Afirmção verdadeira para $x \in \mathbb{R}$

$$x > 7 \quad \Rightarrow \quad x > 3$$

Substituindo valores

x	$x > 7$	$x > 3$
-----	---------	---------

Exemplo do uso de $\Rightarrow$

Afirmção verdadeira para $x \in \mathbb{R}$

$$x > 7 \quad \Rightarrow \quad x > 3$$

Substituindo valores

x	$x > 7$	$x > 3$
9	verdadeiro	verdadeiro

Exemplo do uso de $\Rightarrow$

Afirmção verdadeira para $x \in \mathbb{R}$

$$x > 7 \Rightarrow x > 3$$

Substituindo valores

x	$x > 7$	$x > 3$
9	verdadeiro	verdadeiro
5	falso	verdadeiro

Exemplo do uso de $\Rightarrow$

Afirmção verdadeira para $x \in \mathbb{R}$

$$x > 7 \Rightarrow x > 3$$

Substituindo valores

x	$x > 7$	$x > 3$
9	verdadeiro	verdadeiro
5	falso	verdadeiro
1	falso	falso

Exemplo do uso de $\Rightarrow$

Afirmção verdadeira para $x \in \mathbb{R}$

$$x > 7 \Rightarrow x > 3$$

Substituindo valores

x	$x > 7$	$x > 3$
9	verdadeiro	verdadeiro
5	falso	verdadeiro
1	falso	falso
$\nexists$	falso	verdade

Evite Erros Comuns

- ▶ Não existe $\times -$

Evite Erros Comuns

▶ Não existe $\times -$

▶ $f(x) \neq f(a)$

Evite Erros Comuns

▶ Não existe $\times -$

▶ $f(x) \neq f(a)$

▶ $\frac{a+b}{c+b} \neq \frac{a}{c} + \frac{b}{d}$

Evite Erros Comuns

▶ Não existe $\times -$

▶ $f(x) \neq f(a)$

▶ $\frac{a+b}{c+b} \neq \frac{a}{c} + \frac{b}{d}$

▶ $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

Evite Erros Comuns

▶ Não existe $\times -$

▶ $f(x) \neq f(a)$

▶ $\frac{a+b}{c+b} \neq \frac{a}{c} + \frac{b}{d}$

▶ $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

▶ $\sqrt{4} = 2 \neq \pm 2$

Evite Erros Comuns

▶ Não existe $\times -$

▶ $f(x) \neq f(a)$

▶ $\frac{a+b}{c+b} \neq \frac{a}{c} + \frac{b}{d}$

▶ $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

▶ $\sqrt{4} = 2 \neq \pm 2$

▶ $\sqrt{x^2} \neq x$

Evite Erros Comuns

- ▶ Não existe $\times -$
- ▶ Não declarar o que está calculando
- ▶ $f(x) \neq f(a)$
- ▶ $\frac{a+b}{c+b} \neq \frac{a}{c} + \frac{b}{d}$
- ▶ $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$
- ▶ $\sqrt{4} = 2 \neq \pm 2$
- ▶ $\sqrt{x^2} \neq x$

Evite Erros Comuns

- ▶ Não existe $\times -$
- ▶ Não declarar o que está calculando
- ▶ $f(x) \neq f(a)$
- ▶ Usar informação que só será apresentada no futuro
- ▶ $\frac{a+b}{c+b} \neq \frac{a}{c} + \frac{b}{d}$
- ▶ $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$
- ▶ $\sqrt{4} = 2 \neq \pm 2$
- ▶ $\sqrt{x^2} \neq x$

Não Pule Passagens

- ▶ Escreva todas as passagens

Não Pule Passagens

- ▶ Escreva todas as passagens
- ▶ O solicitado no enunciado deve estar escrito explicitamente na resolução

Não Pule Passagens

- ▶ Escreva todas as passagens
- ▶ O solicitado no enunciado deve estar escrito explicitamente na resolução
- ▶ Evite repetir expressões grandes, atribua um nome para elas

Repetições

Prefira sequências de igualdades a sequências de equações

Repetições

Prefira sequências de igualdades a sequências de equações

Evite

$$f(x) = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$f(x) = 4 + 2 + 2$$

$$f(x) = 6 + 2$$

$$f(x) = 8$$

Repetições

Prefira sequências de igualdades a sequências de equações

Evite

$$f(x) = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$f(x) = 4 + 2 + 2$$

$$f(x) = 6 + 2$$

$$f(x) = 8$$

Prefira

$$f(x) = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= 4 + 2 + 2$$

$$= 6 + 2$$

$$= 8$$

Repetições

Prefira sequências de igualdades a sequências de equações

Evite

$$f(x) = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$f(x) = 4 + 2 + 2$$

$$f(x) = 6 + 2$$

$$f(x) = 8$$

Prefira

$$f(x) = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= 4 + 2 + 2$$

$$= 6 + 2$$

$$= 8$$

Forma alternativa (menos legível)

$$f(x) = 2 + 2 + 2 + 2 = 4 + 2 + 2 = 6 + 2 = 8$$

Demonstrando Igualdades

Começamos de um termo e o manipulamos até o outro

Demonstrando Igualdades

Começamos de um termo e o manipulamos até o outro

Mostrar que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Demonstrando Igualdades

Começamos de um termo e o manipulamos até o outro

Mostrar que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$(a + b)(a - b)$$

Demonstrando Igualdades

Começamos de um termo e o manipulamos até o outro

Mostrar que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$(a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b)$$

Demonstrando Igualdades

Começamos de um termo e o manipulamos até o outro

Mostrar que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= a(a - b) + b(a - b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2\end{aligned}$$

Demonstrando Igualdades

Começamos de um termo e o manipulamos até o outro

Mostrar que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= a(a - b) + b(a - b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Demonstrando Igualdades

Não manipular os dois lados ao mesmo tempo

Demonstrando Igualdades

Não manipular os dois lados ao mesmo tempo

Mostrar que $3 = 4$

Demonstrando Igualdades

Não manipular os dois lados ao mesmo tempo

Mostrar que $3 = 4$

$$3 = 4$$

Demonstrando Igualdades

Não manipular os dois lados ao mesmo tempo

Mostrar que $3 = 4$

$$3 = 4$$

$$3 \times 0 = 4 \times 0$$

Demonstrando Igualdades

Não manipular os dois lados ao mesmo tempo

Mostrar que $3 = 4$

$$3 = 4$$

$$3 \times 0 = 4 \times 0$$

$$0 = 0$$

Demonstrando Igualdades

Não manipular os dois lados ao mesmo tempo

Mostrar que $3 = 4$

$$3 = 4$$

$$3 \times 0 = 4 \times 0$$

$$0 = 0$$

Se o erro não está claro para você, não manipule os dois lados

Conteúdo

Método Matemático

Resolvendo Exercícios em uma Prova

Lista Mínima

Lista Mínima

Ler o texto “Como Resolver Exercícios de Matemática”

Ler a Apostila “Quem disse que $0,999 \dots = 1$ ”