

Equações e Funções

Luis Alberto D'Afonseca

Geometria Analítica e Álgebra Linear



<https://material-didatico.github.io/pages/gaal>

Conteúdo

Coordenadas Cartesianas

Funções

Equações

Inequações

Linearidade

Sistema de Coordenadas Cartesianas

1. Cada ponto do plano é associado a um par de números reais (x, y)

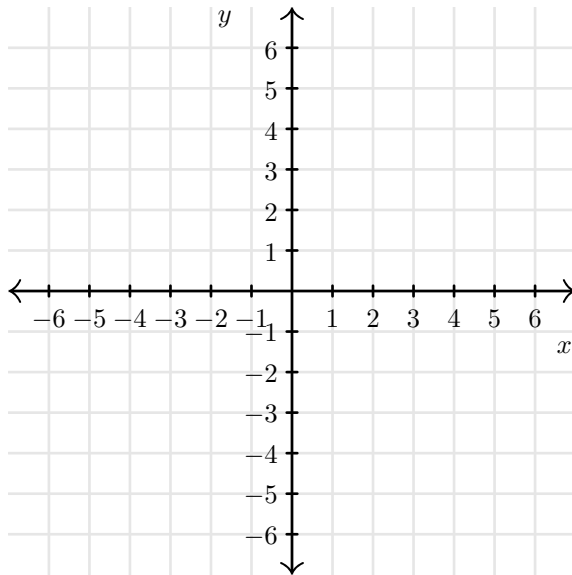
Sistema de Coordenadas Cartesianas

1. Cada ponto do plano é associado a um par de números reais (x, y)
2. Cada “figura” no plano corresponde a um subconjunto de $\mathbb{R}^2$

Sistema de Coordenadas Cartesianas

1. Cada ponto do plano é associado a um par de números reais (x, y)
2. Cada “figura” no plano corresponde a um subconjunto de $\mathbb{R}^2$
3. Na orientação convencional, x aponta para a direita e y para cima

Sistema de Coordenadas Cartesianas



Conteúdo

Coordenadas Cartesianas

Funções

Equações

Inequações

Linearidade

Função

Função é uma relação que associa a cada elementos do domínio um único elemento do contradomínio

Notação de Função

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x)$$

Notação de Função

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x)$$

f é o nome da função

Notação de Função

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x)$$

f é o nome da função

A é o conjunto domínio

Notação de Função

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x)$$

f é o nome da função

A é o conjunto domínio

B é o conjunto contradomínio

Notação de Função

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x)$$

f é o nome da função

A é o conjunto domínio

B é o conjunto contradomínio

x é um elemento qualquer de A

Notação de Função

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x)$$

f é o nome da função

A é o conjunto domínio

B é o conjunto contradomínio

x é um elemento qualquer de A

$f(x)$ é o único elemento de B associado a x

Gráfico de uma Função Real

Conjunto de pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que $y = f(x)$

Gráfico de uma Função Real

Conjunto de pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que $y = f(x)$

Para cada x , no domínio, existe **um único** y

Gráfico de uma Função Real

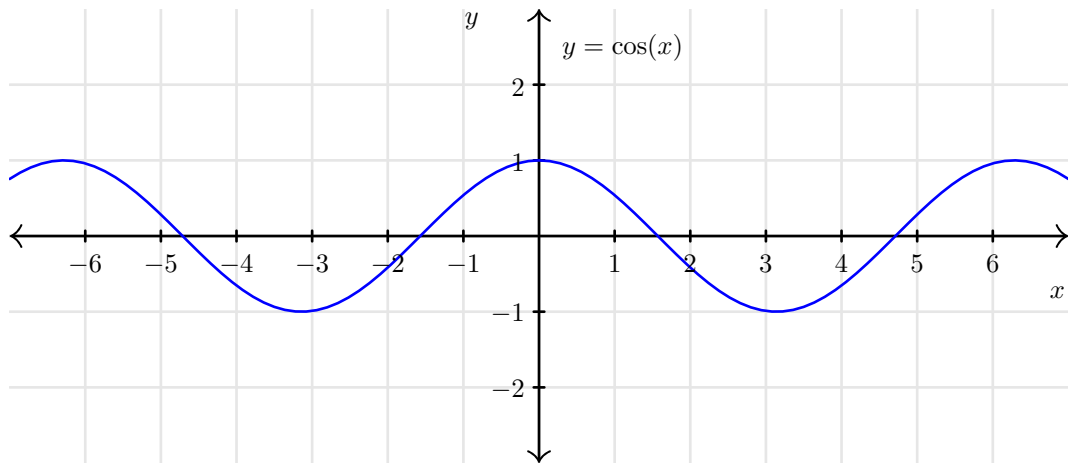


Gráfico de uma Função 2D

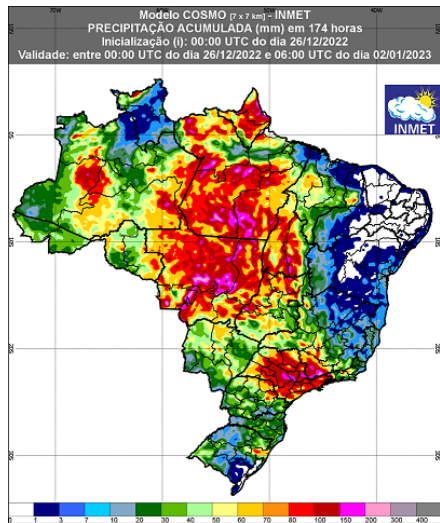
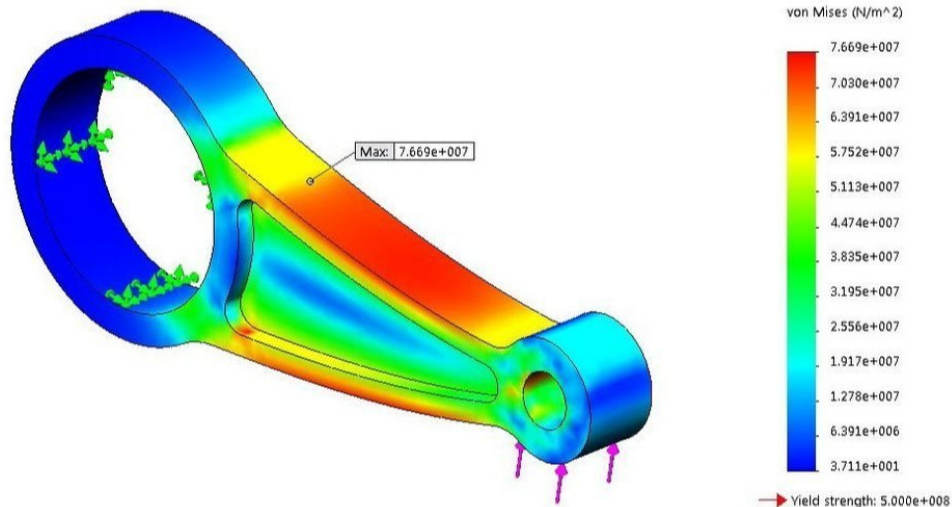


Gráfico de uma Função 3D



Conteúdo

Coordenadas Cartesianas

Funções

Equações

Inequações

Linearidade

Soluções de uma Equação

Qualquer expressão da forma

$$G(x, y) = 0$$

Soluções de uma Equação

Qualquer expressão da forma

$$G(x, y) = 0$$

Por exemplo,

$$x^2 + y^2 = 4^2$$

Soluções de uma Equação

Qualquer expressão da forma

$$G(x, y) = 0$$

Por exemplo,

$$x^2 + y^2 = 4^2$$

Queremos **todos os pares** (x, y) que satisfazem a equação

Soluções de uma Equação

Qualquer expressão da forma

$$G(x, y) = 0$$

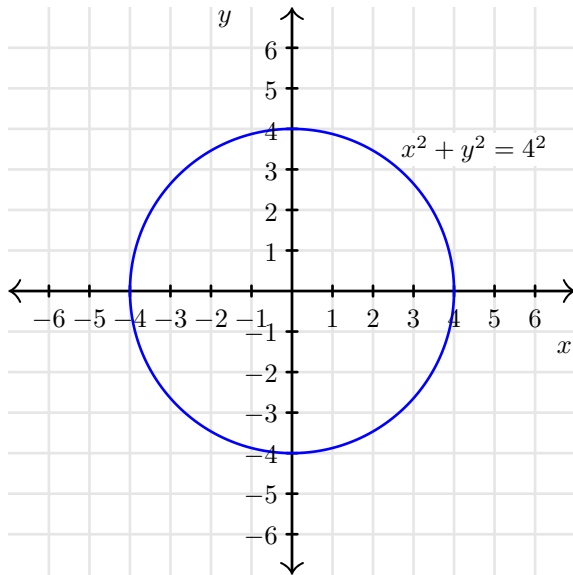
Por exemplo,

$$x^2 + y^2 = 4^2$$

Queremos **todos os pares** (x, y) que satisfazem a equação

Se faltar, ou sobrar, um, a solução está incompleta e portanto errada

Soluções de uma Equação



Conteúdo

Coordenadas Cartesianas

Funções

Equações

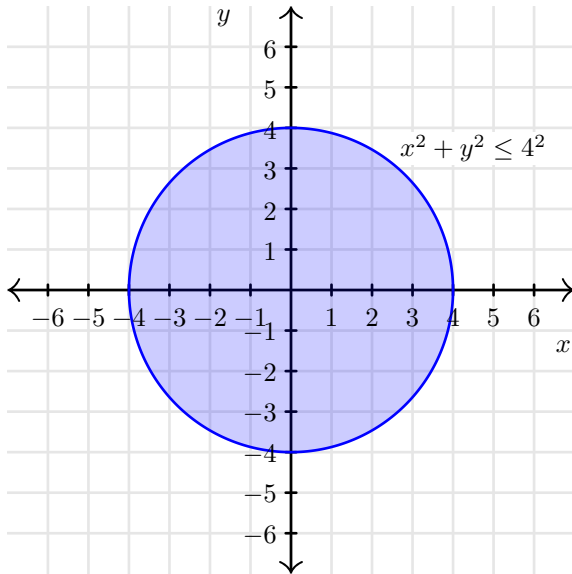
Inequações

Linearidade

Desigualdades

Desigualdades geralmente representam regiões no plano (ou espaço)

Desigualdades



Conteúdo

Coordenadas Cartesianas

Funções

Equações

Inequações

Linearidade

Linearidade

A **Álgebra Linear** é a área da Matemática que estuda “objetos” lineares

Linearidade

A **Álgebra Linear** é a área da Matemática que estuda “objetos” lineares

Dizemos que algo é linear quando:

- ▶ podemos somar
- ▶ podemos multiplicar por um escalar (um número)

Equação Linear

Uma equação da forma

$$L(x) = 0$$

é linear se:

Equação Linear

Uma equação da forma

$$L(x) = 0$$

é linear se:

A soma de duas soluções quaisquer também é solução

Equação Linear

Uma equação da forma

$$L(x) = 0$$

é linear se:

A soma de duas soluções quaisquer também é solução

Se α e β são soluções de $L(x) = 0$ então $\alpha + \beta$ também é

Equação Linear

Uma equação da forma

$$L(x) = 0$$

é linear se:

A soma de duas soluções quaisquer também é solução

Se α e β são soluções de $L(x) = 0$ então $\alpha + \beta$ também é

Um múltiplo de uma solução de também é solução

Equação Linear

Uma equação da forma

$$L(x) = 0$$

é linear se:

A soma de duas soluções quaisquer também é solução

Se α e β são soluções de $L(x) = 0$ então $\alpha + \beta$ também é

Um múltiplo de uma solução de também é solução

Se β é solução e a é um número então $a\beta$ também é solução

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções,

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções, então

$$\alpha + \beta$$

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções, então

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-2, 4)$$

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções, então

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-2, 4) = (-1, 2)$$

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções, então

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-2, 4) = (-1, 2)$$

também é solução

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções, então

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-2, 4) = (-1, 2)$$

também é solução

$$L(-1, 2)$$

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções, então

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-2, 4) = (-1, 2)$$

também é solução

$$L(-1, 2) = 4(-1) + 2 \times 2$$

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções, então

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-2, 4) = (-1, 2)$$

também é solução

$$L(-1, 2) = 4(-1) + 2 \times 2 = -4 + 4$$

Exemplo – Equação Linear

A equação

$$L(x, y) = 4x + 2y = 0$$

é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-2, 4)$$

são soluções, então

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-2, 4) = (-1, 2)$$

também é solução

$$L(-1, 2) = 4(-1) + 2 \times 2 = -4 + 4 = 0$$

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções,

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta$$

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-1, -2)$$

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-1, -2) = (0, -4)$$

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-1, -2) = (0, -4)$$

não é solução

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-1, -2) = (0, -4)$$

não é solução

$$M(0, 4)$$

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-1, -2) = (0, -4)$$

não é solução

$$M(0, 4) = 4 \times 0 + 2 \times 4$$

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-1, -2) = (0, -4)$$

não é solução

$$M(0, 4) = 4 \times 0 + 2 \times 4 = 0 + 8$$

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-1, -2) = (0, -4)$$

não é solução

$$M(0, 4) = 4 \times 0 + 2 \times 4 = 0 + 8 = 8$$

Exemplo – Equação Não Linear

A equação

$$M(x, y) = 4x^2 + 2y = 0$$

não é linear

Note que

$$\alpha = (1, -2) \quad \text{e} \quad \beta = (-1, -2)$$

são soluções, porém

$$\alpha + \beta = (1, -2) + (-1, -2) = (0, -4)$$

não é solução

$$M(0, 4) = 4 \times 0 + 2 \times 4 = 0 + 8 = 8 \neq 0$$

Como Resolver

Saber se uma equação é linear, ou não, determina como resolvê-la