

Soma de Vetores

Luis Alberto D'Afonseca

Geometria Analítica e Álgebra Linear



<https://material-didatico.github.io/pages/gaal>

Conteúdo

Soma de Vetores

Soma de Vetores

Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ em $\mathbb{R}^n$

Soma de Vetores

Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ em $\mathbb{R}^n$

Representamos sua soma por

Soma de Vetores

Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ em $\mathbb{R}^n$

Representamos sua soma por

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

Soma de Vetores

Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ em $\mathbb{R}^n$

Representamos sua soma por

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

A soma representa o “deslocamento acumulado” dos dois vetores

Interpretação Geométrica

Para realizar a soma $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ geometricamente

Interpretação Geométrica

Para realizar a soma $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ geometricamente

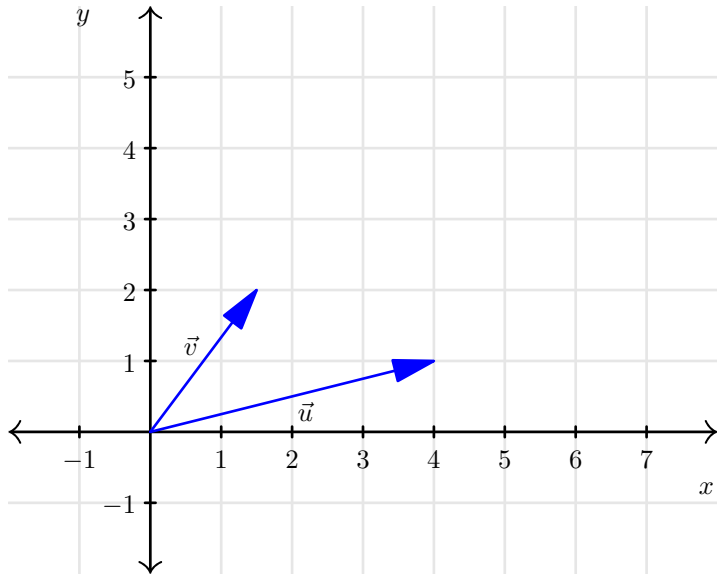
- colocamos a origem de $\vec{v}$ na extremidade de $\vec{u}$

Interpretação Geométrica

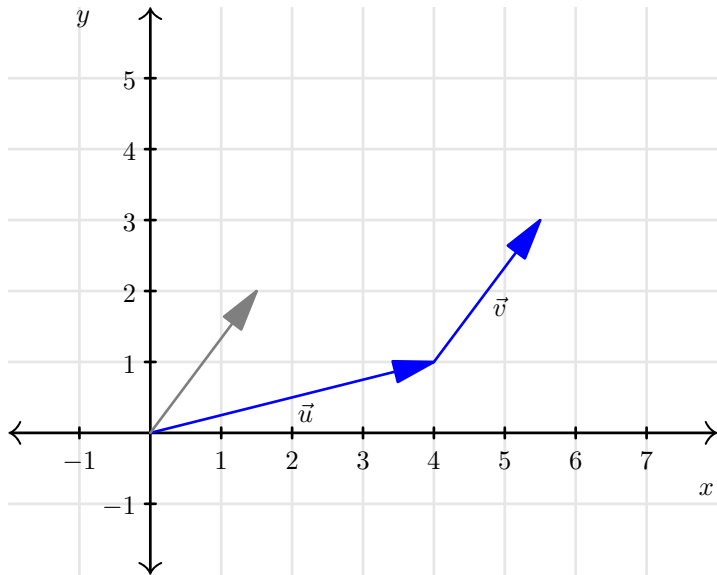
Para realizar a soma $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ geometricamente

- ▶ colocamos a origem de $\vec{v}$ na extremidade de $\vec{u}$
- ▶ o vetor soma $\vec{w}$ liga a origem de $\vec{u}$ à extremidade de $\vec{v}$

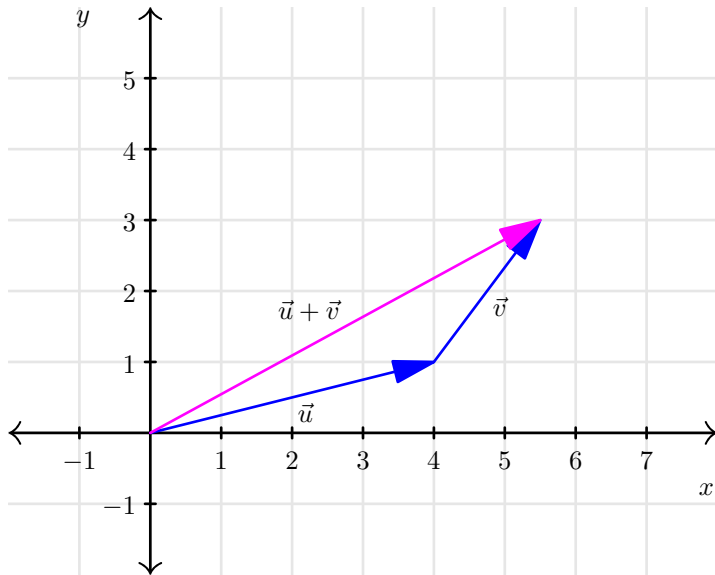
Interpretação Geométrica



Interpretação Geométrica



Interpretação Geométrica



Definição Algébrica da Soma

$$\text{Dados } \vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \text{ e } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Definição Algébrica da Soma

$$\text{Dados } \vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \text{ e } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

A soma é efetuada componente a componente

Definição Algébrica da Soma

$$\text{Dados } \vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \text{ e } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

A soma é efetuada componente a componente

$$\vec{u} + \vec{v}$$

Definição Algébrica da Soma

$$\text{Dados } \vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \text{ e } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

A soma é efetuada componente a componente

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Definição Algébrica da Soma

Dados $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ e $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

A soma é efetuada componente a componente

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \end{pmatrix}$$

Exemplo 1

Calcule a soma dos vetores

$$\vec{w} = (2, 3)$$

$$\vec{v} = (4, -1)$$

Exemplo 1 – Solução

$$\vec{w} + \vec{v}$$

Exemplo 1 – Solução

$$\vec{w} + \vec{v} = (2, 3) + (4, -1)$$

Exemplo 1 – Solução

$$\begin{aligned}\vec{w} + \vec{v} &= (2, 3) + (4, -1) \\ &= (2 + 4, 3 - 1)\end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

$$\begin{aligned}\vec{w} + \vec{v} &= (2, 3) + (4, -1) \\ &= (2 + 4, 3 - 1) \\ &= (6, 2)\end{aligned}$$

Propriedades da soma

Para quaisquer vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$

Propriedades da soma

Para quaisquer vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

Propriedades da soma

Para quaisquer vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

Propriedades da soma

Para quaisquer vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$$

Propriedades da soma

Para quaisquer vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$$

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$$

Subtração de vetores

A subtração é definida pela soma com o vetor oposto

Subtração de vetores

A subtração é definida pela soma com o vetor oposto

$$\vec{u} - \vec{v}$$

Subtração de vetores

A subtração é definida pela soma com o vetor oposto

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

Subtração de vetores

A subtração é definida pela soma com o vetor oposto

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} + (-1)\vec{v}$$

Subtração de vetores

A subtração é definida pela soma com o vetor oposto

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} + (-1)\vec{v}$$

$$= \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Subtração de vetores

A subtração é definida pela soma com o vetor oposto

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} + (-1)\vec{v}$$

$$= \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -v_1 \\ -v_2 \end{pmatrix}$$

Subtração de vetores

A subtração é definida pela soma com o vetor oposto

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} + (-1)\vec{v}$$

$$= \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -v_1 \\ -v_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} u_1 - v_1 \\ u_2 - v_2 \end{pmatrix}$$

Interpretação geométrica da diferença

A diferença $\vec{u} - \vec{v}$ pode ser interpretada como

Interpretação geométrica da diferença

A diferença $\vec{u} - \vec{v}$ pode ser interpretada como
o vetor que vai da extremidade de $\vec{v}$

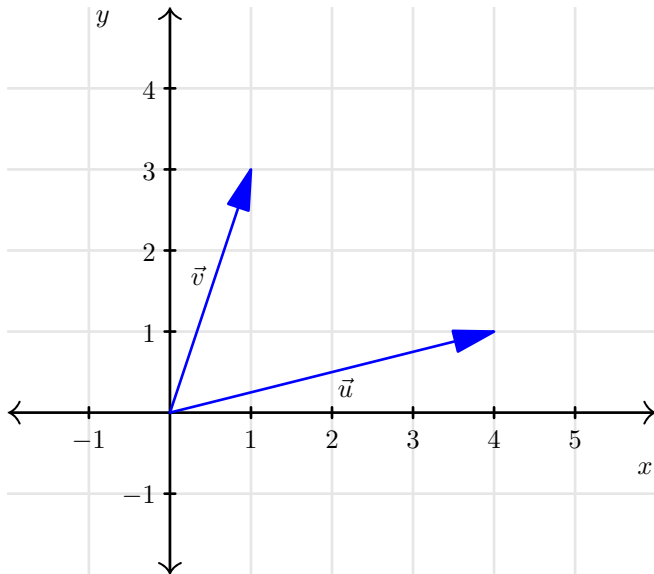
Interpretação geométrica da diferença

A diferença $\vec{u} - \vec{v}$ pode ser interpretada como
o vetor que vai da extremidade de $\vec{v}$
à extremidade de $\vec{u}$

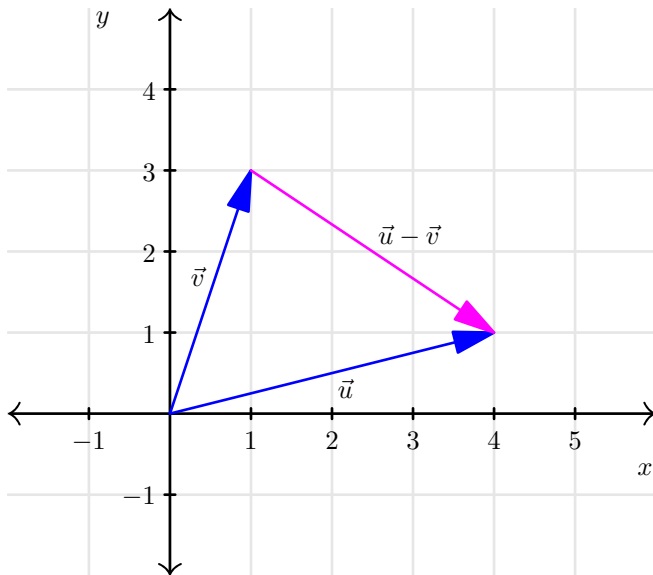
Interpretação geométrica da diferença

A diferença $\vec{u} - \vec{v}$ pode ser interpretada como
o vetor que vai da extremidade de $\vec{v}$
à extremidade de $\vec{u}$
quando os dois vetores possuem a mesma origem

Interpretação Geométrica



Interpretação Geométrica



Exemplo 2

Dados

$$\vec{u} = (3, -2)$$

$$\vec{v} = (-1, 5)$$

Determine

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\vec{w}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{aligned}\vec{w} &= \vec{u} + \vec{v} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{aligned}\vec{w} &= \vec{u} + \vec{v} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 + (-1) \\ -2 + 5 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{aligned}\vec{w} &= \vec{u} + \vec{v} \\&= \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \\&= \begin{pmatrix} 3 + (-1) \\ -2 + 5 \end{pmatrix} \\&= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Exemplo 3

Dados

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Determine

$$\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3(-1) \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Portanto

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Portanto

$$\vec{w}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Portanto

$$\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Portanto

$$\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

$$2\vec{u} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3\vec{v} = 3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Portanto

$$\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \end{pmatrix}$$