Combinações Lineares

Luis Alberto D'Afonseca

Geometria Analítica e Álgebra Linear

https://material-didatico.github.io/pages/gaal

10 de novembro de 2026

Combinação Linear de Dois Vetores

Dados os vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$

Combinação Linear de Dois Vetores

Dados os vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$

e os escalares a e b

Combinação Linear de Dois Vetores

Dados os vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$

e os escalares a e b

uma combinação linear é um vetor da forma

Combinação Linear de Dois Vetores

Dados os vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$

e os escalares a e b

uma combinação linear é um vetor da forma

$$a\vec{v} + b\vec{w}$$

Combinação Linear

Dados vetores $\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k$

Combinação Linear

Dados vetores $\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k$

e escalares $c_1, \ldots, c_k$

Combinação Linear

Dados vetores $\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k$

e escalares $c_1, \ldots, c_k$

uma combinação linear é um vetor da forma

Combinação Linear

Dados vetores $\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k$

e escalares $c_1, \ldots, c_k$

uma combinação linear é um vetor da forma

$$c_1\vec{v}_1 + \cdots + c_k\vec{v}_k$$

Exemplo 1

Dados

$$\vec{v} = (1, 2) \qquad \vec{w} = (2, -1)$$

Determine a combinação linear

$$3\vec{v} - 2\vec{w}$$

Exemplo 1 – Solução

$3\vec{v} - 2\vec{w}$

Exemplo 1 – Solução

$$3\vec{v} - 2\vec{w} = 3(1, 2) - 2(2, -1)$$

Exemplo 1 – Solução

$$\begin{aligned} 3\vec{v} - 2\vec{w} &= 3(1,2) - 2(2,-1) \\ &= (3,6) - (4,-2) \end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

$$\begin{aligned} 3\vec{v} - 2\vec{w} &= 3(1,2) - 2(2,-1) \\ &= (3,6) - (4,-2) \\ &= (-1,8) \end{aligned}$$

Exemplo 2

Determine se

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

é combinação linear dos vetores

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exemplo 2 – Solução

Para que $\vec{p}$ seja combinação linear de $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{z}$

Exemplo 2 – Solução

Para que $\vec{p}$ seja combinação linear de $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{z}$

é necessário que existam escalares a, b e c, tais que

Exemplo 2 – Solução

Para que $\vec{p}$ seja combinação linear de $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{z}$

é necessário que existam escalares a, b e c, tais que

$$\vec{p} = a\vec{v} + b\vec{w} + c\vec{z}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 0a + 0b + 2c = 4 \\ 1a + 2b + 1c = 3 \\ 0a + 1b + 0c = -1 \end{cases}$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 0a + 0b + 2c = 4 \\ 1a + 2b + 1c = 3 \\ 0a + 1b + 0c = -1 \end{cases}$$

$b = -1$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 0a + 0b + 2c = 4 \\ 1a + 2b + 1c = 3 \\ 0a + 1b + 0c = -1 \end{cases}$$

$b = -1$

$2c = 4$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 0a + 0b + 2c = 4 \\ 1a + 2b + 1c = 3 \\ 0a + 1b + 0c = -1 \end{cases}$$

$b = -1$

$$2c = 4$$

$$c = 2$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 0a + 0b + 2c = 4 \\ 1a + 2b + 1c = 3 \\ 0a + 1b + 0c = -1 \end{cases}$$

$b = -1$

$2c = 4$

$c = 2$

$a + 2b + c = 3$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2c = 4$$

$$c = 2$$

$$\begin{cases} 0a + 0b + 2c = 4 \\ 1a + 2b + 1c = 3 \\ 0a + 1b + 0c = -1 \end{cases}$$

$$a + 2b + c = 3$$

$$a + 2(-1) + 2 = 3$$

$$b = -1$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 0a + 0b + 2c = 4 \\ 1a + 2b + 1c = 3 \\ 0a + 1b + 0c = -1 \end{cases}$$

$b = -1$

$$2c = 4$$

$$c = 2$$

$$a + 2b + c = 3$$

$$a + 2(-1) + 2 = 3$$

$$a = 3$$

Exemplo 2 – Solução

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 0a + 0b + 2c = 4 \\ 1a + 2b + 1c = 3 \\ 0a + 1b + 0c = -1 \end{cases}$$

$b = -1$

$$2c = 4$$

$$c = 2$$

$$a + 2b + c = 3$$

$$a + 2(-1) + 2 = 3$$

$$a = 3$$

$\vec{p}$ é combinação linear de $\vec{v}$, $\vec{w}$ e $\vec{z}$