Base e Dimensão

Luis Alberto D'Afonseca

Geometria Analítica e Álgebra Linear



https://material-didatico.github.io/pages/gaal

10 de novembro de 2026

Conteúdo

Base

Dimensão

Coordenadas

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é um conjunto gerador do espaço vetorial V

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é um conjunto gerador do espaço vetorial V

quando todo elemento de V pode ser gerado

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é um conjunto gerador do espaço vetorial V

quando todo elemento de V pode ser gerado

como combinação linear dos elementos de G

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é um conjunto gerador do espaço vetorial V

quando todo elemento de V pode ser gerado

como combinação linear dos elementos de G

$$\forall \vec{v} \in V$$

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é um conjunto gerador do espaço vetorial V

quando todo elemento de V pode ser gerado

como combinação linear dos elementos de G

$$\forall \vec{v} \in V \qquad \vec{v} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \cdots + \alpha_k \vec{v}_k$$

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é um conjunto gerador do espaço vetorial V

quando todo elemento de V pode ser gerado

como combinação linear dos elementos de G

$$\forall \vec{v} \in V \qquad \vec{v} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \cdots + \alpha_k \vec{v}_k$$

Dizemos que G gera V

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é um conjunto gerador do espaço vetorial V

quando todo elemento de V pode ser gerado

como combinação linear dos elementos de G

$$\forall \vec{v} \in V \qquad \vec{v} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \cdots + \alpha_k \vec{v}_k$$

Dizemos que G gera V

$$V = \text{ger}(G)$$

Conjunto Gerador

Um conjunto

$$G = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é um conjunto gerador do espaço vetorial V

quando todo elemento de V pode ser gerado

como combinação linear dos elementos de G

$$\forall \vec{v} \in V \qquad \vec{v} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \cdots + \alpha_k \vec{v}_k$$

Dizemos que G gera V

$$V = \text{ger}(G) = \text{ger}\,\{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

Base

Um conjunto gerador

Base

Um conjunto gerador

$$\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

Base

Um conjunto gerador

$$\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é uma base para o espaço vetorial V

Base

Um conjunto gerador

$$\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_k\}$$

é uma base para o espaço vetorial V

se seus elementos são linearmente independentes

Base canônica de $\mathbb{R}^2$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^2$

Base canônica de $\mathbb{R}^2$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^2$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^2$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^2$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^2$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^2$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$$

com

$$\vec{i} = \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^2$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^2$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$$

com

$$\vec{i} = \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{j} = \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^3$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$

Base canônica de $\mathbb{R}^3$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right\}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^3$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^3$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$$

com

$$\vec{i} = \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^3$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$$

com

$$\vec{i} = \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{j} = \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^3$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$ é

$$\mathcal{E} = \left\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right\} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$$

com

$$\vec{i} = \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{j} = \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{k} = \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^n$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^n$

Base canônica de $\mathbb{R}^n$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^n$ é

$$\mathcal{E} = \{\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_n\}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^n$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^n$ é

$$\mathcal{E} = \{\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_n\}$$

com

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^n$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^n$ é

$$\mathcal{E} = \{\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_n\}$$

com

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^n$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^n$ é

$$\mathcal{E} = \{\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_n\}$$

com

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Base canônica de $\mathbb{R}^n$

A base canônica para o espaço vetorial $\mathbb{R}^n$ é

$$\mathcal{E} = \{\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_n\}$$

com

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \cdots \qquad \vec{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exemplo 1

Verifique que

$$\mathcal{E} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

é uma base de $\mathbb{R}^2$

Exemplo 1 – Solução

Seja

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Exemplo 1 – Solução

Seja

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Então

$$\vec{v}$$

Exemplo 1 – Solução

Seja

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Então

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Exemplo 1 – Solução

Seja

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Então

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$$

Exemplo 1 – Solução

Seja

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Então

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exemplo 1 – Solução

Seja

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Então

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Logo, $\mathcal{E}$ gera $\mathbb{R}^2$

Exemplo 1 – Solução

Seja

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Então

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Logo, $\mathcal{E}$ gera $\mathbb{R}^2$

$$\mathbb{R}^2 = \text{ger}\,(\mathcal{E})$$

Exemplo 1 – Solução

Verificando a independência

Exemplo 1 – Solução

Verificando a independência

$$a\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exemplo 1 – Solução

Verificando a independência

$$a\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

corresponde ao sistema

$$\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$$

Exemplo 1 – Solução

Verificando a independência

$$a\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

corresponde ao sistema

$$\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$$

Logo $\mathcal{E}$ é LI e gera $\mathbb{R}^2$

Exemplo 1 – Solução

Verificando a independência

$$a\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

corresponde ao sistema

$$\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$$

Logo $\mathcal{E}$ é LI e gera $\mathbb{R}^2$

Portanto $\mathcal{E}$ é uma base

Exemplo 2

Determine se

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

é uma base de $\mathbb{R}^2$

Exemplo 2 – Solução

Primeiro vamos verificar se os vetores são linearmente independentes

Exemplo 2 – Solução

Primeiro vamos verificar se os vetores são linearmente independentes

Se forem LI verificamos se eles geram $\mathbb{R}^2$

Exemplo 2 – Solução

Formamos uma matriz com os vetores de $\mathcal{B}$ nas colunas

Exemplo 2 – Solução

Formamos uma matriz com os vetores de $\mathcal{B}$ nas colunas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Exemplo 2 – Solução

Formamos uma matriz com os vetores de $\mathcal{B}$ nas colunas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A)$$

Exemplo 2 – Solução

Formamos uma matriz com os vetores de $\mathcal{B}$ nas colunas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2$$

Exemplo 2 – Solução

Formamos uma matriz com os vetores de $\mathcal{B}$ nas colunas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \\ &= 1 - 6 \end{aligned}$$

Exemplo 2 – Solução

Formamos uma matriz com os vetores de $\mathcal{B}$ nas colunas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \\ &= 1 - 6 \\ &= -5 \end{aligned}$$

Exemplo 2 – Solução

Formamos uma matriz com os vetores de $\mathcal{B}$ nas colunas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \\ &= 1 - 6 \\ &= -5 \neq 0 \end{aligned}$$

Exemplo 2 – Solução

Formamos uma matriz com os vetores de $\mathcal{B}$ nas colunas

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \\ &= 1 - 6 \\ &= -5 \neq 0 \end{aligned}$$

os vetores são LI

Exemplo 2 – Solução

Seja $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

Exemplo 2 – Solução

Seja $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

Queremos saber se para quaisquer x e y

Exemplo 2 – Solução

Seja $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

Queremos saber se para quaisquer x e y existem a e b tais que

$$a \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Exemplo 2 – Solução

Seja $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

Queremos saber se para quaisquer x e y existem a e b tais que

$$a \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a + 3b = x \\ 2a + b = y \end{cases}$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x$$

$$a = x - 3b$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x \qquad\qquad 2a + b = y$$

$$a = x - 3b$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x \qquad\qquad 2a + b = y$$

$$a = x - 3b \qquad\qquad 2(x - 3b) + b = y$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x \qquad\qquad 2a + b = y$$

$$a = x - 3b \qquad\qquad 2(x - 3b) + b = y$$

$$2x - 6b + b = y$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x$$

$$a = x - 3b$$

$$2a + b = y$$

$$2(x - 3b) + b = y$$

$$2x - 6b + b = y$$

$$2x - 5b = y$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x$$

$$a = x - 3b$$

$$2a + b = y$$

$$2(x - 3b) + b = y$$

$$2x - 6b + b = y$$

$$2x - 5b = y$$

$$-5b = y - 2x$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x$$

$$a = x - 3b$$

$$2a + b = y$$

$$2(x - 3b) + b = y$$

$$2x - 6b + b = y$$

$$2x - 5b = y$$

$$-5b = y - 2x$$

$$b = \frac{2x - y}{5}$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x$$

$$a = x - 3b$$

$$2a + b = y$$

$$2(x - 3b) + b = y$$

$$2x - 6b + b = y$$

$$2x - 5b = y$$

$$-5b = y - 2x$$

$$b = \frac{2x - y}{5}$$

$$a = x - 3b$$

Exemplo 2 – Solução

$$a + 3b = x$$

$$a = x - 3b$$

$$2a + b = y$$

$$2(x - 3b) + b = y$$

$$2x - 6b + b = y$$

$$2x - 5b = y$$

$$-5b = y - 2x$$

$$b = \frac{2x - y}{5}$$

$$a = x - 3b$$

$$a = x - 3\frac{2x - y}{5}$$

Exemplo 3

Determine se

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

é uma base de $\mathbb{R}^2$

Exemplo 3 – Solução

O conjunto gera $\mathbb{R}^2$ pois

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

O conjunto gera $\mathbb{R}^2$ pois

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Porém

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exemplo 3 – Solução

O conjunto gera $\mathbb{R}^2$ pois

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Porém

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Logo os vetores são LD

Exemplo 3 – Solução

O conjunto gera $\mathbb{R}^2$ pois

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Porém

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Logo os vetores são LD

Portanto $\mathcal{S}$ não é uma base

Conteúdo

Base

Dimensão

Coordenadas

Dimensão

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base de V

Dimensão

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base de V

o número de elementos de $\mathcal{B}$

Dimensão

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base de V

o número de elementos de $\mathcal{B}$ é a dimensão e V

Dimensão

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base de V

o número de elementos de $\mathcal{B}$ é a dimensão e V

$$\dim(V) = n$$

Dimensão de $\mathbb{R}^n$

Como a base canônica de $\mathbb{R}^n$ possui n vetores

$$\dim\left(\mathbb{R}^n\right) = n$$

Base de P_n

O espaço dos polinômios de grau n

Base de P_n

O espaço dos polinômios de grau n

$$P_n = \left\{ a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n \;\middle/\; a_i \in \mathbb{R} \right\}$$

Base de P_n

O espaço dos polinômios de grau n

$$P_n = \left\{ a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n \;\middle/\; a_i \in \mathbb{R} \right\}$$

possui a base canônica

Base de P_n

O espaço dos polinômios de grau n

$$P_n = \left\{ a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n \;\middle/\; a_i \in \mathbb{R} \right\}$$

possui a base canônica

$$\mathcal{B} = \left\{ 1, x, x^2, \ldots, x^n \right\}$$

Base de P_n

O espaço dos polinômios de grau n

$$P_n = \left\{ a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n \;\middle/\; a_i \in \mathbb{R} \right\}$$

possui a base canônica

$$\mathcal{B} = \left\{ 1, x, x^2, \ldots, x^n \right\}$$

Como a base possui $n + 1$ elementos

Base de P_n

O espaço dos polinômios de grau n

$$P_n = \left\{ a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n \;\middle/\; a_i \in \mathbb{R} \right\}$$

possui a base canônica

$$\mathcal{B} = \left\{ 1, x, x^2, \ldots, x^n \right\}$$

Como a base possui $n + 1$ elementos

$$\dim(P_n) = n + 1$$

Conteúdo

Base

Dimensão

Coordenadas

Coordenadas em uma Base

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base ordenada de V

Coordenadas em uma Base

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base ordenada de V

todo vetor $\vec{v} \in V$ pode ser escrito de maneira única

Coordenadas em uma Base

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base ordenada de V

todo vetor $\vec{v} \in V$ pode ser escrito de maneira única

$$\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$

Coordenadas em uma Base

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base ordenada de V

todo vetor $\vec{v} \in V$ pode ser escrito de maneira única

$$\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$

Os escalares

Coordenadas em uma Base

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base ordenada de V

todo vetor $\vec{v} \in V$ pode ser escrito de maneira única

$$\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$

Os escalares

$$a_1, \ldots, a_n$$

Coordenadas em uma Base

Se $\mathcal{B} = \{\vec{v}_1, \ldots, \vec{v}_n\}$ é uma base ordenada de V

todo vetor $\vec{v} \in V$ pode ser escrito de maneira única

$$\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$

Os escalares

$$a_1, \ldots, a_n$$

são as coordenadas de $\vec{v}$ na base $\mathcal{B}$

Notação

As coordenadas de $\vec{v}$ na base $\mathcal{B}$

$$\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$

Notação

As coordenadas de $\vec{v}$ na base $\mathcal{B}$

$$\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$

são denotadas por

Notação

As coordenadas de $\vec{v}$ na base $\mathcal{B}$

$$\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$

são denotadas por

$$[\,\vec{v}\,]_{\mathcal{B}}$$

Notação

As coordenadas de $\vec{v}$ na base $\mathcal{B}$

$$\vec{v} = a_1\vec{v}_1 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$

são denotadas por

$$[\,\vec{v}\,]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

Exemplo 4

Determine as coordenadas do vetor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

na base

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}a+b=5\\a-b=1\end{cases}$$

Somando as equações

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

Somando as equações

$$2a = 6$$

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

Somando as equações

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}a+b=5\\a-b=1\end{cases}$$

Somando as equações

$$2a=6$$

$$a=3$$

Substituindo na primeira

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}a+b=5\\a-b=1\end{cases}$$

Somando as equações

$$2a=6$$

$$a=3$$

Substituindo na primeira

$$a+b=5$$

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}a+b=5\\a-b=1\end{cases}$$

Somando as equações

$$2a=6$$

$$a=3$$

Substituindo na primeira

$$a+b=5$$

$$3+b=5$$

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}a+b=5\\a-b=1\end{cases}$$

Somando as equações

$$2a=6$$

$$a=3$$

Substituindo na primeira

$$a+b=5$$

$$3+b=5$$

$$b=2$$

Exemplo 4 – Solução

Procuramos a e b tais que

$$a\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}a+b=5\\a-b=1\end{cases}$$

Somando as equações

$$2a=6$$

$$a=3$$

Substituindo na primeira

$$a+b=5$$

$$3+b=5$$

$$b=2$$

Logo

$$[\vec{v}]_{\mathcal{B}}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$$