

Séries Telescópicas

Luis Alberto D'Afonseca

Integração e Séries



Conteúdo

Séries Telescópicas

Exemplos

Lista Mínima

Séries Telescópicas

Raramente conseguimos fórmulas exatas para a soma de séries

Séries Telescópicas são um caso especial onde quase todos os termos se anulam

Conteúdo

Séries Telescópicas

Exemplos

Lista Mínima

Exemplo 1

Calcular a soma da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

Exemplo 1 – Somas Parciais

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2+1} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n-2} - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \\ &= 1 - \frac{1}{n+1} \end{aligned}$$

Exemplo 1 – Calculando o Limite

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} S_n \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) \\ &= 1\end{aligned}$$

Exemplo 2

Calcular a soma da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

Exemplo 2 – Pode Não Ser Óbvio

Usando frações parciais

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

Temos

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1$$

Conteúdo

Séries Telescópicas

Exemplos

Lista Mínima

Lista Mínima

Estudar as Seção 6.1 da Apostila

Exercícios: 8a-c, 10, 11a-b

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações