

Teorema do Valor Médio para Integrais

Luis Alberto D'Afonseca

Integração e Séries



<https://material-didatico.github.io/pages/is>

Conteúdo

Recapitulando

Teorema do Valor Médio para Integrais

Demonstração

Lista Mínima

Derivadas e Integrais

Derivada

Taxa de variação de f

$$f'(x) = \frac{df}{dx}$$

Derivadas e Integrais

Derivada

Taxa de variação de f

$$f'(x) = \frac{df}{dx}$$

Integral indefinida

Antiderivada de f

$$F(x) = \int f(x) dx \quad \text{se} \quad \frac{dF}{dx} = f(x)$$

Derivadas e Integrais

Derivada

Taxa de variação de f

$$f'(x) = \frac{df}{dx}$$

Integral indefinida

Antiderivada de f

$$F(x) = \int f(x) dx \quad \text{se} \quad \frac{dF}{dx} = f(x)$$

Integral definida

Diferença de áreas sob o gráfico de f

$$\text{“Área”} = \int_a^b f(x) dx$$

Conteúdo

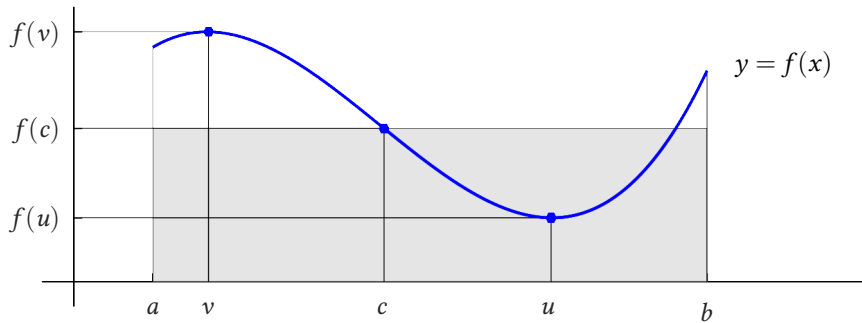
Recapitulando

Teorema do Valor Médio para Integrais

Demonstração

Lista Mínima

Valor Médio



Valor Médio

Denotamos o Valor Médio de f em $[a, b]$ por $f_{\text{médio}} \in \mathbb{R}$

Valor Médio

Denotamos o **Valor Médio** de f em $[a, b]$ por $f_{\text{médio}} \in \mathbb{R}$

$f_{\text{médio}}$ é valor tal que

$$f_{\text{médio}}(b - a) = \int_a^b f(x) dx$$

Valor Médio

Denotamos o **Valor Médio** de f em $[a, b]$ por $f_{\text{médio}} \in \mathbb{R}$

$f_{\text{médio}}$ é valor tal que

$$f_{\text{médio}}(b - a) = \int_a^b f(x) dx$$

O Teorema do Valor Médio garante que

Valor Médio

Denotamos o **Valor Médio** de f em $[a, b]$ por $f_{\text{médio}} \in \mathbb{R}$

$f_{\text{médio}}$ é valor tal que

$$f_{\text{médio}}(b - a) = \int_a^b f(x) dx$$

O Teorema do Valor Médio garante que

$f_{\text{médio}}$ sempre é o valor de f para algum ponto em $[a, b]$

Teorema do Valor Médio para Integrais

Seja f uma função **contínua** em $[a, b]$,

Teorema do Valor Médio para Integrais

Seja f uma função **contínua** em $[a, b]$, então existe $c \in (a, b)$

Teorema do Valor Médio para Integrais

Seja f uma função **contínua** em $[a, b]$, então existe $c \in (a, b)$ tal que

$$f(c)(b - a) = \int_a^b f(x) dx$$

Teorema do Valor Médio para Integrais

Seja f uma função **contínua** em $[a, b]$, então existe $c \in (a, b)$ tal que

$$f(c)(b - a) = \int_a^b f(x) dx$$

ou

$$f(c) = \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x) dx$$

Conteúdo

Recapitulando

Teorema do Valor Médio para Integrais

Demonstração

Lista Mínima

Demonstração

Queremos mostrar que existe $c \in (a, b)$ tal que

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Demonstração

Teorema de Weierstrass

Demonstração

Teorema de Weierstrass

f é **contínua** em $[a, b]$

Demonstração

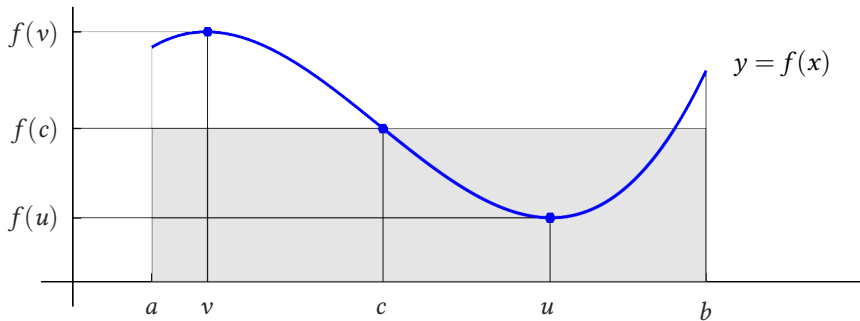
Teorema de Weierstrass

f é **contínua** em $[a, b]$ então existe um **mínimo** $f(u)$ e um **máximo** $f(v)$

Demonstração

Teorema de Weierstrass

f é **contínua** em $[a, b]$ então existe um **mínimo** $f(u)$ e um **máximo** $f(v)$



Demonstração

Como a integral **preserva a desigualdade**

Demonstração

Como a integral **preserva a desigualdade**

$$\int_a^b f(u) \, dx \leq \int_a^b f(x) \, dx \leq \int_a^b f(v) \, dx$$

Demonstração

Como a integral **preserva a desigualdade**

$$\int_a^b f(u) \, dx \leq \int_a^b f(x) \, dx \leq \int_a^b f(v) \, dx$$

$$f(u)(b-a) \leq \int_a^b f(x) \, dx \leq f(v)(b-a)$$

Demonstração

Como a integral **preserva a desigualdade**

$$\int_a^b f(u) \, dx \leq \int_a^b f(x) \, dx \leq \int_a^b f(v) \, dx$$

$$f(u)(b-a) \leq \int_a^b f(x) \, dx \leq f(v)(b-a)$$

$$f(u) \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx \leq f(v)$$

Demonstração

Valor médio

$$f_{\text{médio}} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx$$

Demonstração

Valor médio

$$f_{\text{médio}} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx$$

$$f(u) \leq f_{\text{médio}} \leq f(v)$$

Demonstração

Valor médio

$$f_{\text{médio}} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

$$f(u) \leq f_{\text{médio}} \leq f(v)$$

Teorema do Valor Intermediário

Demonstração

Valor médio

$$f_{\text{médio}} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

$$f(u) \leq f_{\text{médio}} \leq f(v)$$

Teorema do Valor Intermediário

f precisa assumir o valor $f_{\text{médio}}$ em algum $c \in [a, b]$

Conteúdo

Recapitulando

Teorema do Valor Médio para Integrais

Demonstração

Lista Mínima

Lista Mínima

Estudar a Seção 2.5 da Apostila

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações