

# Volumes por Seções Transversais

Luis Alberto D'Afonseca

Integração e Séries



<https://material-didatico.github.io/pages/is>

## Volume por Seções Transversais

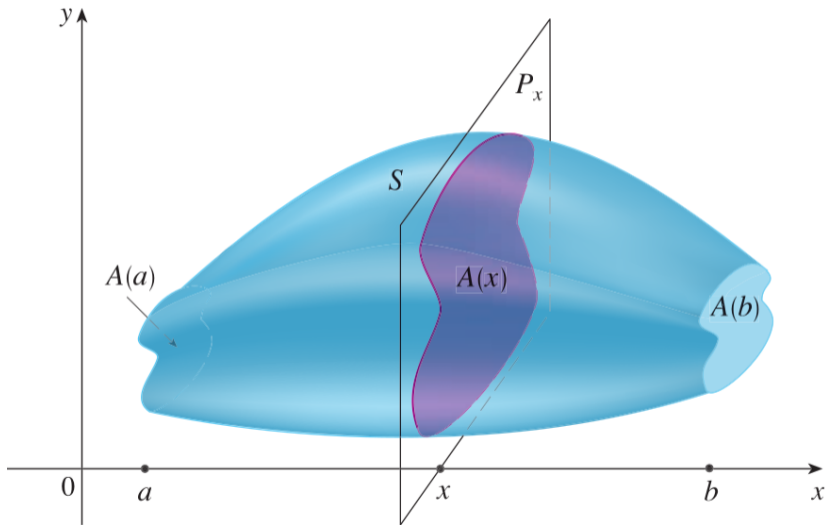
### Exemplos

Exemplo 1

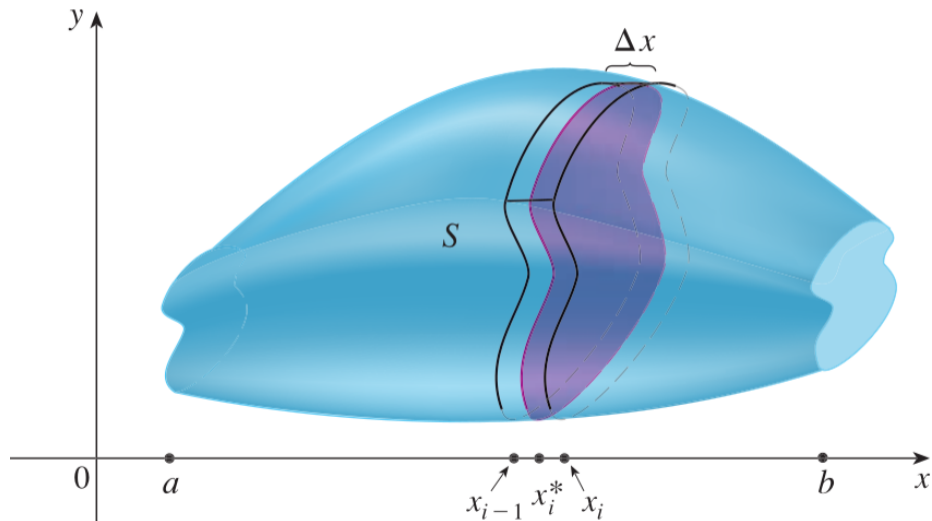
Exemplo 2

### Lista Mínima

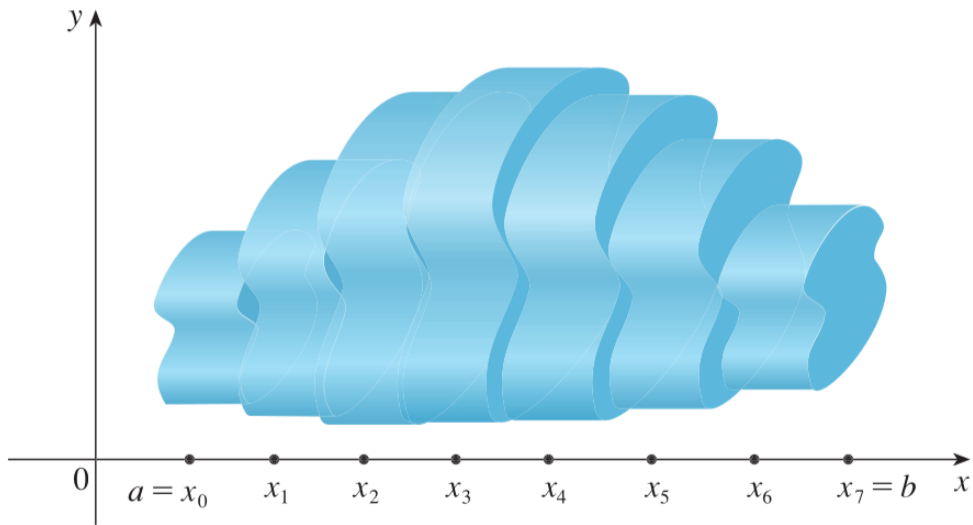
# Volume por Seções Transversais



# Volume por Seções Transversais



# Volume por Seções Transversais



# Volume por Seções Transversais

$S$  um sólido

# Volume por Seções Transversais

$S$  um sólido

$P_x$  plano passando por  $x$  e perpendicular ao eixo  $x$  para  $a \leq x \leq b$

# Volume por Seções Transversais

$S$  um sólido

$P_x$  plano passando por  $x$  e perpendicular ao eixo  $x$  para  $a \leq x \leq b$

$A(x)$  área da secção transversal de  $S$  em  $P_x$



# Volume por Seções Transversais

$S$  um sólido

$P_x$  plano passando por  $x$  e perpendicular ao eixo  $x$  para  $a \leq x \leq b$

$A(x)$  área da secção transversal de  $S$  em  $P_x$

O volume de  $S$  é

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

1. Faça o **esboço** do sólido e uma seção transversal típica

# Passo a Passo

1. Faça o **esboço** do sólido e uma seção transversal típica
2. Encontre uma **expressão para  $A(x)$**

# Passo a Passo

1. Faça o **esboço** do sólido e uma seção transversal típica
2. Encontre uma **expressão para  $A(x)$**
3. Determine os **limites de integração**

# Passo a Passo

1. Faça o **esboço** do sólido e uma seção transversal típica
2. Encontre uma **expressão para  $A(x)$**
3. Determine os **limites de integração**
4. **Integre  $A(x)$**  para determinar o volume

# Conteúdo

Volume por Seções Transversais

Exemplos

Exemplo 1

Exemplo 2

Lista Mínima

## Exemplo 1

# Exemplo 1

Determine o volume da pirâmide de base quadrada com lado 3 m e 3 m de altura

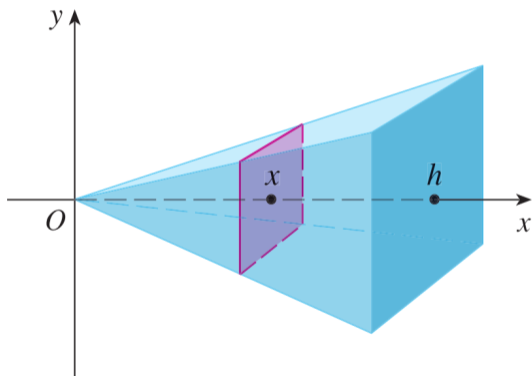


# Exemplo 1

Determine o volume da pirâmide de base quadrada com lado 3 m e 3 m de altura

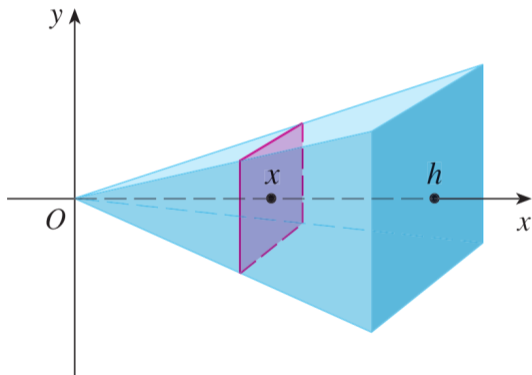
A seção transversal da pirâmide, perpendicular a altura e a  $x$  metros abaixo do vértice, é um quadrado com  $x$  metros de lado.

# Exemplo 1 – Volume



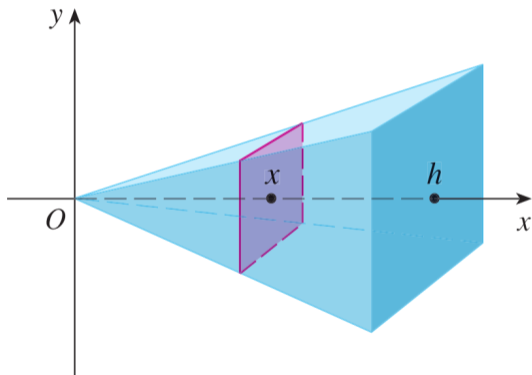
# Exemplo 1 – Volume

$$V = \int_0^3 A(x) dx$$



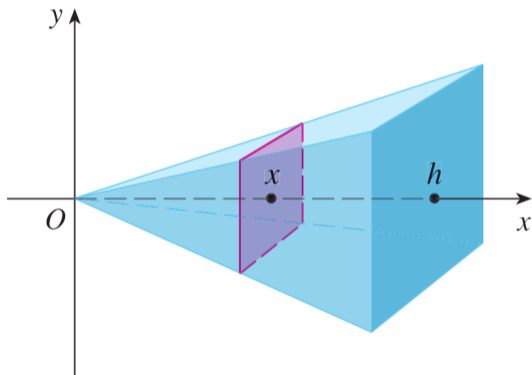
# Exemplo 1 – Volume

$$V = \int_0^3 A(x) dx$$
$$= \int_0^3 x^2 dx$$



# Exemplo 1 – Volume

$$\begin{aligned} V &= \int_0^3 A(x) dx \\ &= \int_0^3 x^2 dx \\ &= \frac{x^3}{3} \Big|_0^3 \end{aligned}$$



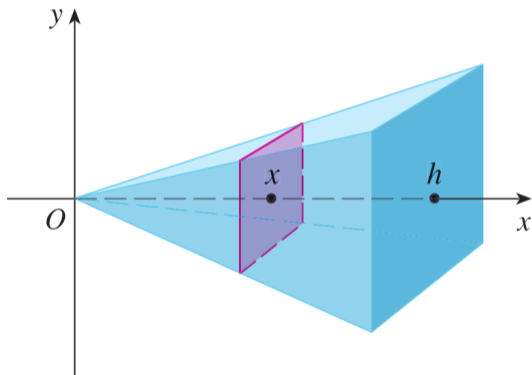
# Exemplo 1 – Volume

$$V = \int_0^3 A(x) dx$$

$$= \int_0^3 x^2 dx$$

$$= \frac{x^3}{3} \Big|_0^3$$

$$= \frac{27}{3}$$



# Exemplo 1 – Volume

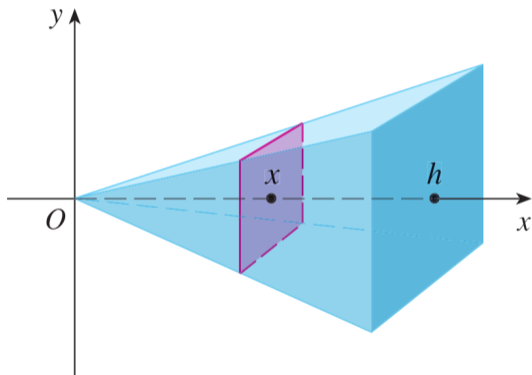
$$V = \int_0^3 A(x) dx$$

$$= \int_0^3 x^2 dx$$

$$= \frac{x^3}{3} \Big|_0^3$$

$$= \frac{27}{3}$$

$$= 9 \text{ m}^3$$



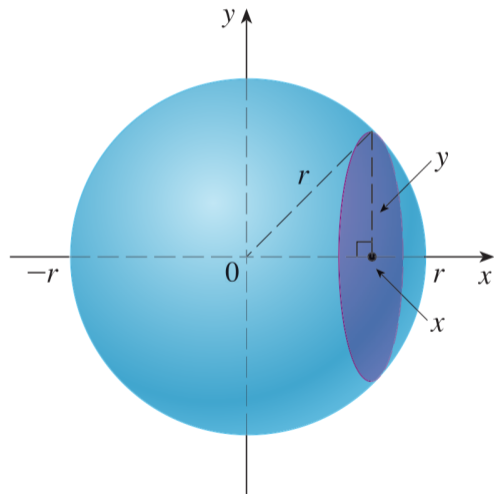
## Exemplo 2



## Exemplo 2

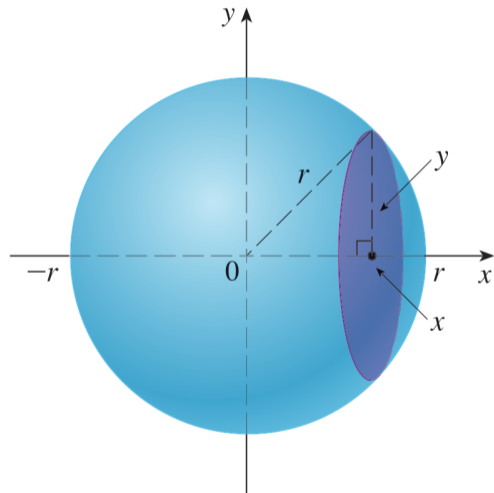
Encontre o volume de uma esfera de raio  $r$

## Exemplo 2 – Área da seção transversal



## Exemplo 2 – Área da seção transversal

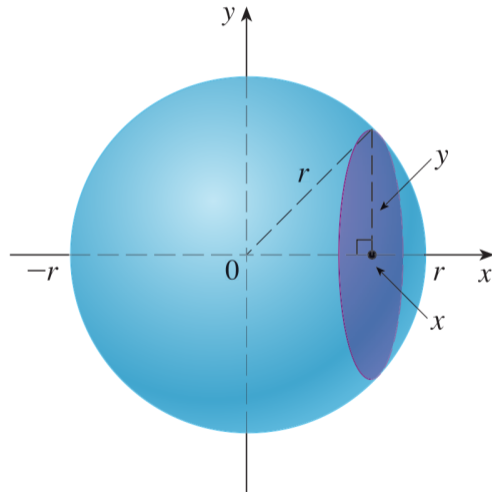
$P_x$  perpendicular ao eixo  $x$



## Exemplo 2 – Área da seção transversal

$P_x$  perpendicular ao eixo  $x$

Raio do círculo  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$



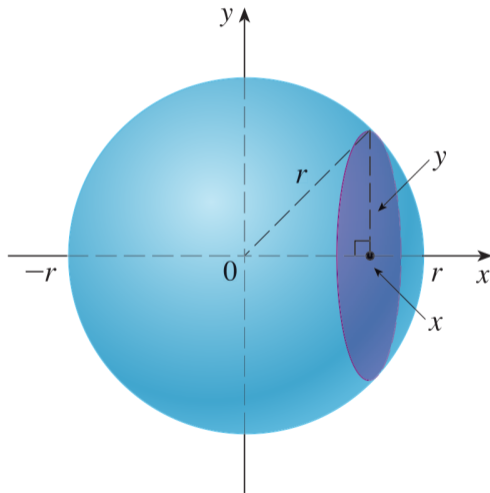
## Exemplo 2 – Área da seção transversal

$P_x$  perpendicular ao eixo  $x$

Raio do círculo  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

Área da seção transversal

$$A(x) = \pi y^2$$



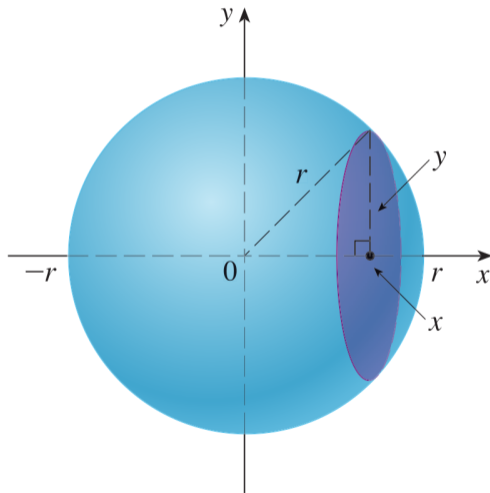
## Exemplo 2 – Área da seção transversal

$P_x$  perpendicular ao eixo  $x$

Raio do círculo  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

Área da seção transversal

$$A(x) = \pi y^2 = \pi(r^2 - x^2)$$



## Exemplo 2 – Volume

$$V = \int_{-r}^r A(x) dx$$

## Exemplo 2 – Volume

$$\begin{aligned} V &= \int_{-r}^r A(x) dx \\ &= \int_{-r}^r \pi (r^2 - x^2) dx \end{aligned}$$



## Exemplo 2 – Volume

$$\begin{aligned} V &= \int_{-r}^r A(x) dx \\ &= \int_{-r}^r \pi (r^2 - x^2) dx \\ &= 2\pi \int_0^r r^2 - x^2 dx \quad \text{simetria} \end{aligned}$$

## Exemplo 2 – Volume

$$V = \int_{-r}^r A(x) dx$$

$$= \int_{-r}^r \pi (r^2 - x^2) dx$$

$$= 2\pi \int_0^r r^2 - x^2 dx \quad \text{simetria}$$

$$= 2\pi \left( r^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^r \quad \text{TFC 2}$$

## Exemplo 2 – Volume

$$V = \int_{-r}^r A(x) dx$$

$$= \int_{-r}^r \pi (r^2 - x^2) dx$$

$$= 2\pi \int_0^r r^2 - x^2 dx \quad \text{simetria}$$

$$= 2\pi \left( r^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^r \quad \text{TFC 2}$$

$$= 2\pi \left( r^3 - \frac{r^3}{3} \right)$$

## Exemplo 2 – Volume

$$\begin{aligned} V &= \int_{-r}^r A(x) dx \\ &= \int_{-r}^r \pi (r^2 - x^2) dx \\ &= 2\pi \int_0^r r^2 - x^2 dx && \text{simetria} \\ &= 2\pi \left( r^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^r && \text{TFC 2} \\ &= 2\pi \left( r^3 - \frac{r^3}{3} \right) \\ &= \frac{4}{3} \pi r^3 \end{aligned}$$

Volume por Seções Transversais

Exemplos

Exemplo 1

Exemplo 2

Lista Mínima

# Lista Mínima

Estudar a Seção 3.3 da Apostila

Exercícios:

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações