Séries Numéricas – Teste da Divergência

Luis Alberto D'Afonseca

Integração e Séries

https://material-didatico.github.io/pages/is

9 de junho de 2026

Conteúdo

Testes de Convergência

Teste da Divergência

Lista Mínima

Testes de Convergência

- Em geral, não temos uma fórmula fechada para S_n

Testes de Convergência

- Em geral, não temos uma fórmula fechada para S_n
- Queremos saber se a série converge

Testes de Convergência

- Em geral, não temos uma fórmula fechada para S_n
- Queremos saber se a série converge
- Abrimos mão de calcular sua soma exata

Testes de Convergência

- Em geral, não temos uma fórmula fechada para S_n
- Queremos saber se a série converge
- Abrimos mão de calcular sua soma exata
- Podemos calcular aproximações computacionalmente

Conteúdo

Testes de Convergência

Teste da Divergência

Lista Mínima

Termo Geral de uma Serie Convergente

Como somamos infintos termos se eles não forem “pequenos” a série não converge

Termo Geral de uma Serie Convergente

Como somamos infintos termos se eles não forem “pequenos” a série não converge

Para que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ seja convergente a_n precisa ir para zero

Limite do Termo Geral

Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente, então $a_n \to 0$

Limite do Termo Geral

Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente, então $a_n \to 0$

Como a série converge

$$\lim S_n = S$$

Limite do Termo Geral

Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente, então $a_n \to 0$

Como a série converge

$$\lim S_n = S$$

Calculando

$$\lim a_n = \lim(S_n - S_{n-1})$$

Limite do Termo Geral

Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente, então $a_n \to 0$

Como a série converge

$$\lim S_n = S$$

Calculando

$$\begin{aligned}\lim a_n &= \lim(S_n - S_{n-1}) \\ &= \lim S_n - \lim S_{n-1}\end{aligned}$$

Limite do Termo Geral

Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente, então $a_n \to 0$

Como a série converge

$$\lim S_n = S$$

Calculando

$$\begin{aligned} \lim a_n &= \lim(S_n - S_{n-1}) \\ &= \lim S_n - \lim S_{n-1} \\ &= S - S = 0 \end{aligned}$$

Teste da Divergência

Se a sequência a_n não converge para zero, então a série $\sum a_n$ diverge

Exemplo 1

Use o teste da divergência para mostrar que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

diverge

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Exemplo 1 – Solução

Calculando o limite

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Calculando o limite

$$\lim a_n$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Calculando o limite

$$\lim a_n = \lim \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Calculando o limite

$$\begin{aligned} \lim a_n &= \lim \frac{n^2+1}{2-n+n^2} \\ &= \lim \frac{1 + {}^{1}/_{n^2}}{{}^{2}/_{n^2} - {}^{1}/_{n} + 1} \end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Calculando o limite

$$\begin{aligned}
\lim a_n &= \lim \frac{n^2+1}{2-n+n^2} \\
&= \lim \frac{1 + {}^1\!/_{n^2}}{{}^2\!/_{n^2} - {}^1\!/_n + 1} \\
&= \frac{\lim 1 + \lim {}^1\!/_{n^2}}{\lim {}^2\!/_{n^2} - \lim {}^1\!/_n + \lim 1}
\end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Calculando o limite

$$\begin{aligned}
\lim a_n &= \lim \frac{n^2+1}{2-n+n^2} \\
&= \lim \frac{1 + {}^{1}\!/_{n^2}}{{}^{2}\!/_{n^2} - {}^{1}\!/_{n} + 1} \\
&= \frac{\lim 1 + \lim {}^{1}\!/_{n^2}}{\lim {}^{2}\!/_{n^2} - \lim {}^{1}\!/_{n} + \lim 1} \\
&= \frac{1+0}{0-0+1}
\end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Calculando o limite

$$\begin{aligned}
\lim a_n &= \lim \frac{n^2+1}{2-n+n^2} \\
&= \lim \frac{1 + {}^{1}\!/_{n^2}}{{}^{2}\!/_{n^2} - {}^{1}\!/_{n} + 1} \\
&= \frac{\lim 1 + \lim {}^{1}\!/_{n^2}}{\lim {}^{2}\!/_{n^2} - \lim {}^{1}\!/_{n} + \lim 1} \\
&= \frac{1+0}{0-0+1} = 1
\end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Calculando o limite

$$\begin{aligned}
\lim a_n &= \lim \frac{n^2+1}{2-n+n^2} \\
&= \lim \frac{1+{}^{1}\!/_{n^2}}{{}^{2}\!/_{n^2} - {}^{1}\!/_{n} + 1} \\
&= \frac{\lim 1 + \lim {}^{1}\!/_{n^2}}{\lim {}^{2}\!/_{n^2} - \lim {}^{1}\!/_{n} + \lim 1} \\
&= \frac{1+0}{0-0+1} = 1 \neq 0
\end{aligned}$$

Exemplo 1 – Solução

O termo geral da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

é

$$a_n = \frac{n^2+1}{2-n+n^2}$$

Calculando o limite

$$\begin{aligned}
\lim a_n &= \lim \frac{n^2+1}{2-n+n^2} \\
&= \lim \frac{1+{}^{1}/_{n^2}}{{}^{2}/_{n^2}-{}^{1}/_{n}+1} \\
&= \frac{\lim 1 + \lim {}^{1}/_{n^2}}{\lim {}^{2}/_{n^2} - \lim {}^{1}/_{n} + \lim 1} \\
&= \frac{1+0}{0-0+1} = 1 \neq 0
\end{aligned}$$

Portanto a série diverge

Conteúdo

Testes de Convergência

Teste da Divergência

Lista Mínima

Lista Mínima

Estudar as Seção 6.3 da Apostila

Exercícios: 3a-d

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações