Séries de Potências – Convergência

Luis Alberto D'Afonseca

Integração e Séries

https://material-didatico.github.io/pages/is

9 de junho de 2026

Conteúdo

Convergência das Séries de Potências

Convergência Trivial

Convergência das Séries de Potências

Convergência Trivial

Toda Série de Potências converge em seu centro

Convergência das Séries de Potências

Convergência Trivial

Toda Série de Potências converge em seu centro

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$$

Convergência das Séries de Potências

Convergência Trivial

Toda Série de Potências converge em seu centro

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n = c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2 + c_3(x-a)^3 + \cdots + c_n(x-a)^n + \cdots$$

Convergência das Séries de Potências

Convergência Trivial

Toda Série de Potências converge em seu centro

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n = c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2 + c_3(x-a)^3 + \cdots + c_n(x-a)^n + \cdots$$

Avaliando em $x = a$

Convergência das Séries de Potências

Convergência Trivial

Toda Série de Potências converge em seu centro

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n = c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2 + c_3(x-a)^3 + \cdots + c_n(x-a)^n + \cdots$$

Avaliando em $x = a$

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n = c_0$$

Convergência

Para $x \neq a$, tipicamente empregamos o Teste da Razão ou o da Raiz

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots$$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0$$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Aplicando o teste da razão, para $x \neq 0$,

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Aplicando o teste da razão, para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n}$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Aplicando o teste da razão, para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n}$

$$\rho = \lim_{n \to \infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|}$$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Aplicando o teste da razão, para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n}$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{n+1} \frac{n}{|x^n|}$$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Aplicando o teste da razão, para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n}$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{n+1} \frac{n}{|x^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} |x|$$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Aplicando o teste da razão, para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n}$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{n+1} \frac{n}{|x^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1}|x| = |x| \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1}$$

Exemplo 1

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Aplicando o teste da razão, para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n}$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{n+1} \frac{n}{|x^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1}|x| = |x| \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = |x|$$

Exemplo 1

$$\rho = |x|$$

Exemplo 1

$$\rho = |x|$$

$$\rho < 1$$

Exemplo 1

$$\rho = |x|$$

$$\rho < 1 \qquad x \in (-1, 1)$$

Exemplo 1

$\rho = |x|$

$\rho < 1 \qquad x \in (-1, 1)$ a série converge absolutamente

Exemplo 1

$$\rho = |x|$$

$\rho < 1$ $\quad x \in (-1, 1)$ $\quad$ a série converge absolutamente

$\rho > 1$

Exemplo 1

$\rho = |x|$

$\rho < 1$ $\quad x \in (-1, 1)$ $\quad$ a série converge absolutamente

$\rho > 1$ $\quad x < -1$ ou $1 < x$

Exemplo 1

$\rho = |x|$

$\rho < 1$ $\quad x \in (-1, 1)$ $\quad$ a série converge absolutamente

$\rho > 1$ $\quad x < -1$ ou $1 < x$ $\quad$ a série diverge

Exemplo 1

$\rho = |x|$

$\rho < 1$ $\quad x \in (-1, 1)$ $\quad$ a série converge absolutamente

$\rho > 1$ $\quad x < -1$ ou $1 < x$ $\quad$ a série diverge

$\rho = 1$

Exemplo 1

$\rho = |x|$

$\rho < 1 \qquad x \in (-1, 1)$ a série converge absolutamente

$\rho > 1 \qquad x < -1 \text{ ou } 1 < x$ a série diverge

$\rho = 1 \qquad x = -1 \text{ ou } 1 = x$

Exemplo 1

$\rho = |x|$

$\rho < 1$	$x \in (-1, 1)$	a série converge absolutamente
$\rho > 1$	$x < -1$ ou $1 < x$	a série diverge
$\rho = 1$	$x = -1$ ou $1 = x$	o teste é inconclusivo

Exemplo 1

$\rho = |x|$

$\rho < 1$	$x \in (-1, 1)$	a série converge absolutamente
$\rho > 1$	$x < -1$ ou $1 < x$	a série diverge
$\rho = 1$	$x = -1$ ou $1 = x$	o teste é inconclusivo

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$$

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \qquad a = 0$$

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Aplicando o teste da razão para $x \neq 0$,

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Aplicando o teste da razão para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n!}$

$$\rho = \lim_{n \to \infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|}$$

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Aplicando o teste da razão para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n!}$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{(n+1)!} \frac{n!}{|x^n|}$$

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Aplicando o teste da razão para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n!}$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{(n+1)!} \frac{n!}{|x^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} |x|$$

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Aplicando o teste da razão para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n!}$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{(n+1)!} \frac{n!}{|x^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1}|x| = |x| \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1}$$

Exemplo 2

Analise a convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots \qquad a = 0 \qquad c_n = \frac{1}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Aplicando o teste da razão para $x \neq 0$, $\quad u_n = \dfrac{x^n}{n!}$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|u_{n+1}|}{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{(n+1)!} \frac{n!}{|x^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1}|x| = |x| \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 0$$

Exemplo 2

$$\rho = 0$$

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1$

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1 \qquad x \in \mathbb{R}$

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1 \qquad x \in \mathbb{R} \qquad$ a série converge absolutamente

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1$ $\quad x \in \mathbb{R}$ $\quad$ a série converge absolutamente

$\rho > 1$

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1 \qquad x \in \mathbb{R} \qquad$ a série converge absolutamente

$\rho > 1 \qquad \nexists\, x$

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1$	$x \in \mathbb{R}$	a série converge absolutamente
$\rho > 1$	$\nexists\, x$	a série diverge

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1$	$x \in \mathbb{R}$	a série converge absolutamente
$\rho > 1$	$\nexists\, x$	a série diverge
$\rho = 1$		

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1$	$x \in \mathbb{R}$	a série converge absolutamente
$\rho > 1$	$\nexists\, x$	a série diverge
$\rho = 1$	$\nexists\, x$	

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1$	$x \in \mathbb{R}$	a série converge absolutamente
$\rho > 1$	$\nexists\, x$	a série diverge
$\rho = 1$	$\nexists\, x$	o teste é inconclusivo

Exemplo 2

$\rho = 0$

$\rho < 1$	$x \in \mathbb{R}$	a série converge absolutamente
$\rho > 1$	$\nexists\, x$	a série diverge
$\rho = 1$	$\nexists\, x$	o teste é inconclusivo

Conteúdo

Convergência de uma Série de Potências

Sobre a convergência de $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$

Convergência de uma Série de Potências

Sobre a convergência de $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n$

1. Existe um número $R > 0$ tal que a série

   converge absolutamente para $|x-a| < R$

   diverge para $|x-a| > R$

Convergência de uma Série de Potências

Sobre a convergência de $$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$$

1. Existe um número $R > 0$ tal que a série

   converge absolutamente para $|x-a| < R$

   diverge para $|x-a| > R$

2. A série converge para todo x, nesse caso escrevemos $R = \infty$

Convergência de uma Série de Potências

Sobre a convergência de $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-a)^n$

1. Existe um número $R > 0$ tal que a série

   converge absolutamente para $|x-a| < R$

   diverge para $|x-a| > R$

2. A série converge para todo x, nesse caso escrevemos $R = \infty$

3. A série diverge para todo $x \neq a$, nesse caso $R = 0$

Raio e Intervalo de Convergência

- R é o de Raio de Convergência

Raio e Intervalo de Convergência

- R é o de Raio de Convergência

- o Intervalo de Convergência é o intervalo centrado em a com raio R

$$I = \big(a - R, a + R\big)$$

Raio e Intervalo de Convergência

- R é o de Raio de Convergência

- o Intervalo de Convergência é o intervalo centrado em a com raio R

$$I = \big(a - R, a + R\big)$$

Os extremos do intervalo de convergência, $x = a \pm R$,
podem ser abertos ou fechados

Testando a Convergência

1. Utilize o teste da razão (ou da raiz) para determinar o raio de convergência

Testando a Convergência

1. Utilize o teste da razão (ou da raiz) para determinar o raio de convergência
2. Se R for finito teste os extremos do intervalo
   - teste da comparação
   - teste da integral
   - teste da série alternada

Exemplo 3

Analise a convergência da série de potências

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}$$

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$ $\qquad |u_n| = \left|\dfrac{(x-2)^n}{10^n}\right|$

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$ $\qquad |u_n| = \left|\dfrac{(x-2)^n}{10^n}\right|$

Aplicando o Teste da Raiz, para $x \neq 2$,

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$ $\qquad |u_n| = \left|\dfrac{(x-2)^n}{10^n}\right|$

Aplicando o Teste da Raiz, para $x \neq 2$,

$$\sqrt[n]{|u_n|}$$

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$ $\qquad |u_n| = \left|\dfrac{(x-2)^n}{10^n}\right|$

Aplicando o Teste da Raiz, para $x \neq 2$,

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{\left|\frac{(x-2)^n}{10^n}\right|}$$

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$ $\qquad |u_n| = \left|\dfrac{(x-2)^n}{10^n}\right|$

Aplicando o Teste da Raiz, para $x \neq 2$,

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{\left|\frac{(x-2)^n}{10^n}\right|} = \sqrt[n]{\left|\frac{x-2}{10}\right|^n}$$

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$ $\qquad |u_n| = \left|\dfrac{(x-2)^n}{10^n}\right|$

Aplicando o Teste da Raiz, para $x \neq 2$,

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{\left|\frac{(x-2)^n}{10^n}\right|} = \sqrt[n]{\left|\frac{x-2}{10}\right|^n} = \frac{|x-2|}{10}$$

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$ $\qquad |u_n| = \left|\dfrac{(x-2)^n}{10^n}\right|$

Aplicando o Teste da Raiz, para $x \neq 2$,

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{\left|\frac{(x-2)^n}{10^n}\right|} = \sqrt[n]{\left|\frac{x-2}{10}\right|^n} = \frac{|x-2|}{10}$$

Calculando o limite

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|x-2|}{10}$$

Exemplo 3

Termo geral da série $u_n = \dfrac{(x-2)^n}{10^n}$ $\quad |u_n| = \left|\dfrac{(x-2)^n}{10^n}\right|$

Aplicando o Teste da Raiz, para $x \neq 2$,

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{\left|\frac{(x-2)^n}{10^n}\right|} = \sqrt[n]{\left|\frac{x-2}{10}\right|^n} = \frac{|x-2|}{10}$$

Calculando o limite

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|x-2|}{10} = \frac{|x-2|}{10}$$

Exemplo 3

A série converge quando

$$\rho < 1$$

Exemplo 3

A série converge quando

$$\rho < 1$$

$$\frac{|x-2|}{10} < 1$$

Exemplo 3

A série converge quando

$$\rho < 1$$

$$\frac{|x-2|}{10} < 1$$

$$|x-2| < 10$$

Exemplo 3

A série converge quando

$$\rho < 1$$

$$\frac{|x-2|}{10} < 1$$

$$|x-2| < 10$$

Centro do Intervalo de Convergência

$$x = 2$$

Exemplo 3

A série converge quando

$$\rho < 1$$

$$\frac{|x-2|}{10} < 1$$

$$|x-2| < 10$$

Centro do Intervalo de Convergência

$$x = 2$$

Raio de Convergência

$$R = 10$$

Exemplo 3

A série converge quando

$$\rho < 1$$

$$\frac{|x-2|}{10} < 1$$

$$|x-2| < 10$$

Centro do Intervalo de Convergência

$$x = 2$$

Raio de Convergência

$$R = 10$$

Interior do Intervalo de Convergência

$$(-8, 12)$$

Exemplo 3

A série converge quando

$$\rho < 1$$

$$\frac{|x-2|}{10} < 1$$

$$|x-2| < 10$$

Centro do Intervalo de Convergência

$$x = 2$$

Raio de Convergência

$$R = 10$$

Interior do Intervalo de Convergência

$$(-8, 12)$$

Falta analisar os extremos

Exemplo 3

Considerando $x = -8$, isto é, $x - 2 = -10$

Exemplo 3

Considerando $x = -8$, isto é, $x - 2 = -10$

$$\left.\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}\right|_{x=-8}$$

Exemplo 3

Considerando $x = -8$, isto é, $x - 2 = -10$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}\bigg|_{x=-8} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-10)^n}{10^n}$$

Exemplo 3

Considerando $x = -8$, isto é, $x - 2 = -10$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}\Bigg|_{x=-8} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-10)^n}{10^n} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$$

Exemplo 3

Considerando $x = -8$, isto é, $x - 2 = -10$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}\Bigg|_{x=-8} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-10)^n}{10^n} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$$

Diverge pelo Teste da Divergência

Exemplo 3

Considerando $x = 12$, isto é, $x - 2 = 10$

Exemplo 3

Considerando $x = 12$, isto é, $x - 2 = 10$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}\Bigg|_{x=12}$$

Exemplo 3

Considerando $x = 12$, isto é, $x - 2 = 10$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n} \bigg|_{x=12} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{10^n}{10^n}$$

Exemplo 3

Considerando $x = 12$, isto é, $x - 2 = 10$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}\bigg|_{x=12} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{10^n}{10^n} = \sum_{n=0}^{\infty} 1$$

Exemplo 3

Considerando $x = 12$, isto é, $x - 2 = 10$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}\bigg|_{x=12} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{10^n}{10^n} = \sum_{n=0}^{\infty} 1$$

Diverge pelo Teste da Divergência

Exemplo 3

Centro do Intervalo de Convergência

$$x = 2$$

Exemplo 3

Centro do Intervalo de Convergência

$$x = 2$$

Raio de Convergência

$$R = 10$$

Exemplo 3

Centro do Intervalo de Convergência

$$x = 2$$

Raio de Convergência

$$R = 10$$

Intervalo de Convergência

$$I = (-8, 12)$$

Exemplo 4

Analise a convergência da série de potências

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!}$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right|$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right|$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right| = \frac{\left|(-x)^{n+1}\right|}{(n+1)!}\,\frac{n!}{\left|(-x)\right|^n}$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right| = \frac{|(-x)^{n+1}|}{(n+1)!}\,\frac{n!}{|(-x)|^n} = \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)n!}\,\frac{n!}{|x|^n}$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right| = \frac{\left|(-x)^{n+1}\right|}{(n+1)!}\,\frac{n!}{\left|(-x)\right|^n} = \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)n!}\,\frac{n!}{|x|^n} = \frac{|x|}{n+1}$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right| = \frac{|(-x)^{n+1}|}{(n+1)!}\,\frac{n!}{|(-x)|^n} = \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)n!}\,\frac{n!}{|x|^n} = \frac{|x|}{n+1}$$

Calculando o limite

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|x|}{n+1}$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right| = \frac{|(-x)^{n+1}|}{(n+1)!}\,\frac{n!}{|(-x)|^n} = \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)n!}\,\frac{n!}{|x|^n} = \frac{|x|}{n+1}$$

Calculando o limite

$$\rho = \lim_{n\to\infty}\frac{|x|}{n+1} = |x|\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right| = \frac{\left|(-x)^{n+1}\right|}{(n+1)!}\,\frac{n!}{\left|(-x)\right|^n} = \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)n!}\,\frac{n!}{|x|^n} = \frac{|x|}{n+1}$$

Calculando o limite

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|x|}{n+1} = |x| \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 0$$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right| = \frac{|(-x)^{n+1}|}{(n+1)!}\,\frac{n!}{|(-x)|^n} = \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)n!}\,\frac{n!}{|x|^n} = \frac{|x|}{n+1}$$

Calculando o limite

$$\rho = \lim_{n\to\infty}\frac{|x|}{n+1} = |x|\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1} = 0$$

Portanto a série converge absolutamente para todo $x \in \mathbb{R}$

Exemplo 4

Teste da Razão, para $x \neq 0$

$$\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \left|\frac{(-x)^{n+1}}{(n+1)!}\,\frac{n!}{(-x)^n}\right| = \frac{|(-x)^{n+1}|}{(n+1)!}\,\frac{n!}{|(-x)|^n} = \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)n!}\,\frac{n!}{|x|^n} = \frac{|x|}{n+1}$$

Calculando o limite

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{|x|}{n+1} = |x| \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 0$$

Portanto a série converge absolutamente para todo $x \in \mathbb{R}$

Raio de Convergência $R = \infty$

Exemplo 5

Analise a convergência da série de potências

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^n x^n$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} =$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} =$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} = \sqrt[n]{|n|^n |x|^n} =$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} = \sqrt[n]{|n|^n |x|^n} = \sqrt[n]{|n|^n}\,\sqrt[n]{|x|^n} = n|x|$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} = \sqrt[n]{|n|^n |x|^n} = \sqrt[n]{|n|^n}\,\sqrt[n]{|x|^n} = n|x|$$

$$\rho = \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{u_n}$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} = \sqrt[n]{|n|^n |x|^n} = \sqrt[n]{|n|^n}\,\sqrt[n]{|x|^n} = n|x|$$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n\to\infty} n|x|$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} = \sqrt[n]{|n|^n |x|^n} = \sqrt[n]{|n|^n}\,\sqrt[n]{|x|^n} = n|x|$$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n\to\infty} n|x| = |x| \lim_{n\to\infty} n$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} = \sqrt[n]{|n|^n |x|^n} = \sqrt[n]{|n|^n}\,\sqrt[n]{|x|^n} = n|x|$$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n\to\infty} n|x| = |x| \lim_{n\to\infty} n = \infty$$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} = \sqrt[n]{|n|^n |x|^n} = \sqrt[n]{|n|^n}\,\sqrt[n]{|x|^n} = n|x|$$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n\to\infty} n|x| = |x| \lim_{n\to\infty} n = \infty$$

A série diverge para todo $x \neq 0$

Exemplo 5

Teste da Raiz, para $x \neq 0$

$$\sqrt[n]{|u_n|} = \sqrt[n]{|n^n x^n|} = \sqrt[n]{|n|^n |x|^n} = \sqrt[n]{|n|^n}\,\sqrt[n]{|x|^n} = n|x|$$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n\to\infty} n|x| = |x| \lim_{n\to\infty} n = \infty$$

A série diverge para todo $x \neq 0$

Raio de Convergência é $R = 0$

Conteúdo

Lista Mínima

Estudar a Seção 7.1 da Apostila

Exercícios: 1a-d, 1i-k, 1v-x

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações