Curvas de Nível

Luis Alberto D'Afonseca

Cálculo de Funções de Várias Variáveis - I



Conteúdo

Curvas de Nível

Exemplos

Lista Mínima

Curvas de Nível

Curva de nível: conjunto de pontos no plano xy onde

$$f(x,y)=c$$

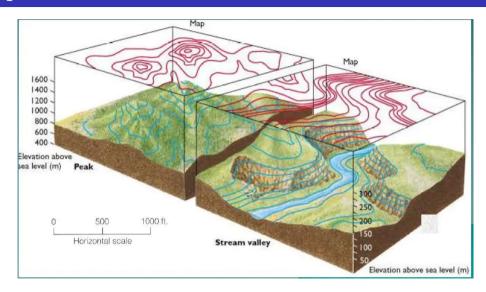
para uma constante c

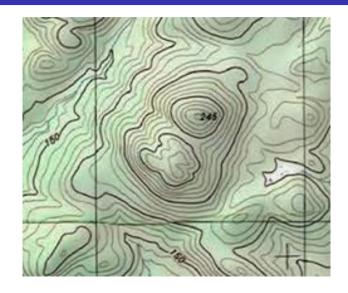
Superfície de Nível

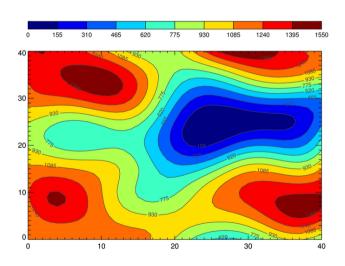
Superfície de nível: conjunto de pontos onde

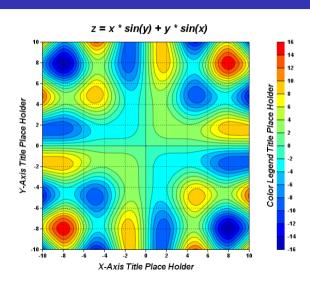
$$f(x, y, z) = c$$

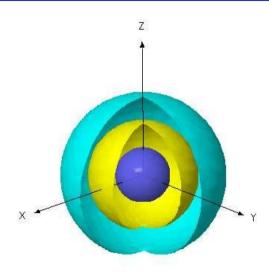
para uma constante c

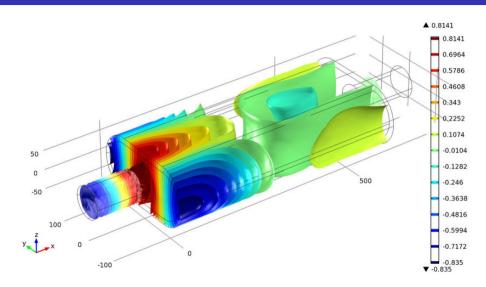


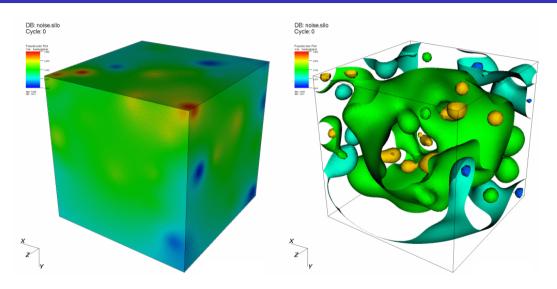


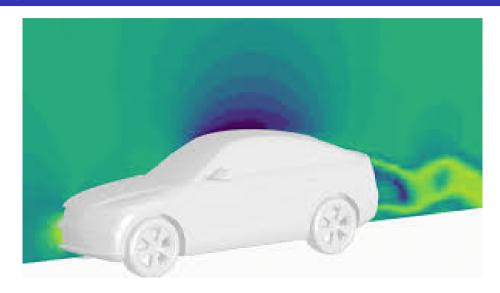


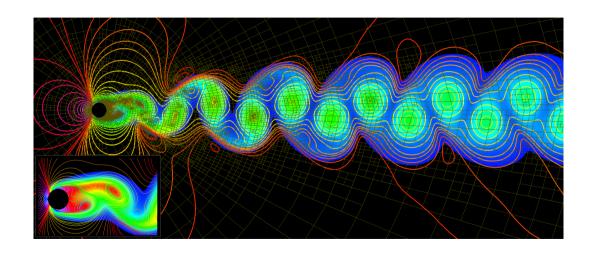












Conteúdo

Curvas de Nível

Exemplos

Lista Mínima

Descreva e esboce as curvas de nível da função $f(x,y)=100-x^2-y^2$

Para cada valor $c \le 100$

$$f(x, y) = c$$

$$100 - x^{2} - y^{2} = c$$

$$- x^{2} - y^{2} = c - 100$$

$$x^{2} + y^{2} = 100 - c$$

As curvas de nível são circunferências centradas nas origem de raio $\sqrt{100-c}$

Descreva as superfícies de nível da função $f(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Para cada valor $c \ge 0$

$$f(x, y, z) = c$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = c$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2$$

As superfícies de nível são esferas centradas na origem de raio \boldsymbol{c}

Descreva e esboce as curvas de nível da função f(x,y)=xy

Para cada valor $c \neq 0$

$$f(x, y) = c$$
$$xy = c$$
$$y = \frac{c}{x}$$

Para c = 0, ou x = 0 ou y = 0

Descreva e esboce as curvas de nível da função $f(x,y) = \ln \left(9 - x^2 - y^2 \right)$

Domínio de f

$$9 - x^{2} - y^{2} > 0$$
$$9 > x^{2} + y^{2}$$
$$x^{2} + y^{2} < 3^{2}$$

Disco aberto centrado na origem de raio 3

Imagem: a função assume valores no intervalo $(-\infty, \ln(9)]$

Para cada valor $c \le \ln(9)$

$$f(x, y) = c$$

$$\ln (9 - x^2 - y^2) = c$$

$$9 - x^2 - y^2 = e^c$$

$$- x^2 - y^2 = e^c - 9$$

$$x^2 + y^2 = 9 - e^c$$

As curvas de nível são circunferências centrada nas origem de raio $\sqrt{9-e^c}$

Encontre a equação e esboce a curva de nível da função

$$f(x,y) = \frac{2y - x}{x + y + 1}$$

que passa pelo ponto (-1,1)

$$c = f(-1, 1)$$

$$c = \frac{2y - x}{x + y + 1} \Big|_{(-1, 1)}$$

$$c = \frac{2 \times 1 - (-1)}{(-1) + 1 + 1}$$

$$c = \frac{2 + 1}{1}$$

$$c = 3$$

$$f(x, y) = 3$$

$$\frac{2y - x}{x + y + 1} = 3$$

$$2y - x = 3(x + y + 1)$$

$$2y - x = 3x + 3y + 3$$

$$2y - 3y = 3x + x + 3$$

$$-y = 4x + 3$$

$$y = -4x - 3$$

Encontre a equação e esboce a curva de nível da função

$$f(x,y) = \sqrt{x^2 - 1}$$

que passa pelo ponto (1,0)

Domínio

$$x^{2} - 1 \ge 0$$

$$x^{2} \ge 1$$

$$|x| \ge 1$$

$$x \le -1 \quad \text{ou} \quad x \ge 1$$

$$c=f(1,0)$$
 $c=\sqrt{x^2-1}$ $\bigg|_{(1,0)}$ $c=\sqrt{1-1}$ $c=0$

$$f(x, y) = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 1} = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$|x| = 1$$

$$x = \pm 1$$

Encontre uma equação para a superfície de nível da função

$$f(x, y, z) = \frac{x - y + z}{2x + y - z}$$

que passa pelo ponto (1,0,-2)

Domínio

$$2x + y - z \neq 0$$
$$2x + y \neq z$$
$$z \neq 2x + y$$

$$c = f(1, 0, -2)$$

$$c = \frac{x - y + z}{2x + y - z} \Big|_{(1, 0, -2)}$$

$$c = \frac{1 - 0 - 2}{2 \times 1 + 0 - (-2)}$$

$$c = \frac{-1}{4}$$

$$f(x, y, z) = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{x - y + z}{2x + y - z} = -\frac{1}{4}$$

$$-4(x - y + z) = 2x + y - z$$

$$-4x + 4y - 4z = 2x + y - z$$

$$-4z + z = 2x + y + 4x - 4y$$

$$-3z = 6x - 3y$$

$$z = -2x + y$$

Encontre a equação e esboce para a superfície de nível da função

$$f(x, y, z) = \frac{x - y + z}{2x + y - z}$$

que passa pelo ponto (1,0,-2)

Domínio

$$2x + y - z \neq 0$$
$$2x + y \neq z$$
$$z \neq 2x + y$$

$$c = f(1, 0, -2)$$

$$c = \frac{x - y + z}{2x + y - z} \Big|_{(1,0,-2)}$$

$$c = \frac{1 - 0 - 2}{2 \times 1 + 0 - (-2)}$$

$$c = \frac{-1}{4}$$

$$f(x, y, z) = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{x - y + z}{2x + y - z} = -\frac{1}{4}$$

$$-4(x - y + z) = 2x + y - z$$

$$-4x + 4y - 4z = 2x + y - z$$

$$-4z + z = 2x + y + 4x - 4y$$

$$-3z = 6x - 3y$$

$$z = -2x + y$$

Encontre a equação e esboce para a superfície de nível da função

$$f(x, y, z) = \sqrt{x - y} - \ln(z)$$

que passa pelo ponto (3, -1, 1)

Domínio

$$x - y \ge 0$$
$$x \ge y$$

e

$$c = f(3, -1, 1)$$

$$c = \sqrt{x - y} - \ln(z) \Big|_{(3, -1, 1)}$$

$$c = \sqrt{3 - (-1)} - \ln(1)$$

$$c = \sqrt{4}$$

$$c = 2$$

$$f(x, y, z) = 2$$

$$\sqrt{x - y} - \ln(z) = 2$$

$$\sqrt{x - y} = 2 + \ln(z)$$

$$-4x + 4y - 4z = 2x + y - z$$

$$-4z + z = 2x + y + 4x - 4y$$

$$-3z = 6x - 3y$$

$$z = -2x + y$$

Conteúdo

Curvas de Nível

Exemplos

Lista Mínima

Lista Mínima

Cálculo Vol. 2 do Thomas 12^a ed. – Seção 14.1

- 1. Estudar o texto da seção
- 2. Resolver os exercícios: 17-23, 31-36

Atenção: A prova é baseada no livro, não nas apresentações