

SymPy – Computação Simbólica

Python para Sala de Aula de Matemática

Luis Alberto D'Afonseca

CEFET-MG

Conteúdo

Computação Simbólica

Variáveis Simbólicas

Operações

Sistemas

SymPy – Computação Simbólica

- ▶ Computação simbólica (CAS)



SymPy

<https://www.sympy.org>

SymPy – Computação Simbólica

- ▶ Computação simbólica (CAS)
- ▶ Operações básicas



SymPy

<https://www.sympy.org>

SymPy – Computação Simbólica

- ▶ Computação simbólica (CAS)
- ▶ Operações básicas
- ▶ Funções matemáticas



SymPy

<https://www.sympy.org>

SymPy – Computação Simbólica

- ▶ Computação simbólica (CAS)
- ▶ Operações básicas
- ▶ Funções matemáticas
- ▶ Simplificações



SymPy

<https://www.sympy.org>

SymPy – Computação Simbólica

- ▶ Computação simbólica (CAS)
- ▶ Operações básicas
- ▶ Funções matemáticas
- ▶ Simplificações
- ▶ Cálculo



SymPy

<https://www.sympy.org>

SymPy – Computação Simbólica

- ▶ Computação simbólica (CAS)
- ▶ Operações básicas
- ▶ Funções matemáticas
- ▶ Simplificações
- ▶ Cálculo
- ▶ Soluções de equações



SymPy

<https://www.sympy.org>

Inicialização

```
import sympy as sp  
sp.init_printing()
```

Inicialização

```
import sympy as sp  
sp.init_printing()
```

- ▶ Importa a biblioteca

Inicialização

```
import sympy as sp  
sp.init_printing()
```

- ▶ Importa a biblioteca
- ▶ Inicializa as opções de impressão

Conteúdo

Computação Simbólica

Variáveis Simbólicas

Operações

Sistemas

Variáveis Simbólicas

Variáveis Simbólicas

```
x, y, t, a = sp.symbols('x y t alpha')
```

Variáveis Simbólicas

```
x, y, t, a = sp.symbols('x y t alpha')
```

- ▶ `x`, `y`, `t` e `a` são variáveis Python

Variáveis Simbólicas

```
x, y, t, a = sp.symbols('x y t alpha')
```

- ▶ `x`, `y`, `t` e `a` são variáveis Python
- ▶ `'x'`, `'y'`, `'t'` e `'alpha'` são variáveis matemáticas

Variáveis Simbólicas

```
x, y, t, a = sp.symbols('x y t alpha')
```

- ▶ `x`, `y`, `t` e `a` são variáveis Python
- ▶ `'x'`, `'y'`, `'t'` e `'alpha'` são variáveis matemáticas

Variáveis Simbólicas

```
x, y, t, a = sp.symbols('x y t alpha')
```

▶ `x`, `y`, `t` e `a` são variáveis Python

▶ `'x'`, `'y'`, `'t'` e `'alpha'` são variáveis matemáticas

```
p = x**3 + 2*x**2 - 3*x
```

Variáveis Simbólicas

```
x, y, t, a = sp.symbols('x y t alpha')
```

- ▶ `x`, `y`, `t` e `a` são variáveis Python
- ▶ `'x'`, `'y'`, `'t'` e `'alpha'` são variáveis matemáticas

```
p = x**3 + 2*x**2 - 3*x
```

- ▶ `p` é uma expressão matemática

Exibindo Variáveis Simbólicas

```
print(x)  
print(y)  
print(t)  
print(a)  
print(p)
```

Exibindo Variáveis Simbólicas

```
print(x)  
print(y)  
print(t)  
print(a)  
print(p)
```

```
sp.pprint(x)  
sp.pprint(y)  
sp.pprint(t)  
sp.pprint(a)  
sp.pprint(p)
```

Conteúdo

Computação Simbólica

Variáveis Simbólicas

Operações

Sistemas

Fatorar

`sp.factor(p)`

Fattorar

sp. factor (p)

$$x(x^2 + 2x - 3)$$

Expandir

```
sp.expand((x + 2)*(x - 3))
```

Expandir

```
sp.expand((x + 2)*(x - 3))
```

$$x^2 - x - 6$$

Expandir

```
sp.simplify((x**2 - 1)/(x - 1))
```

Expandir

```
sp.simplify((x**2 - 1)/(x - 1))
```

$x + 1$

Derivar

```
sp.diff(x**4 - 3*x**2 + 5, x)
```

Derivar

```
sp.diff(x**4 - 3*x**2 + 5, x)
```

$$4x^3 - 6x$$

Integrar

```
sp.integrate(p, x)
```

Integrar

`sp.integrate(p, x)`

$$\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}$$

Substituir Variável

$$(x^2 + 3x + 1) \Big|_{x=t+1}$$

Substituir Variável

$$(x^2 + 3x + 1) \Big|_{x=t+1}$$

```
(x**2 + 3*x + 1).subs(x, t + 1)
```

Substituir Variável

$$(x^2 + 3x + 1) \Big|_{x=t+1}$$

`(x**2 + 3*x + 1).subs(x, t + 1)`

$$3t + (t + 1)^2 + 4$$

Substituir Variável

```
sp.expand((x**2 + 3*x + 1).subs(x, t + 1))
```

Substituir Variável

```
sp.expand((x**2 + 3*x + 1).subs(x, t + 1))
```

$$t^2 + 5t + 5$$

Avaliar

`p.subs(x, 2)`

Avaliar

`p.subs(x, 2)`

10

Encontrar as Raízes

O comando `solve` resolve a equação $f(x) = 0$

Encontrar as Raízes

O comando `solve` resolve a equação $f(x) = 0$

```
sp.solve(x**3 - 1, x)
```

Encontrar as Raízes

O comando `solve` resolve a equação $f(x) = 0$

```
sp.solve(x**3 - 1, x)
```

$$\left[1, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2} \right]$$

Encontrar as Raízes

O comando `solve` resolve a equação $f(x) = 0$

```
sp.solve(x**3 - 1, x)
```

$$\left[1, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2} \right]$$

Note que a resposta é uma lista Python

Conteúdo

Computação Simbólica

Variáveis Simbólicas

Operações

Sistemas

Resolver o Sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Resolver o Sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

```
sol = sp.solve([2*x + 3*y - 5,  
               x - y - 1],  
               [x, y])
```

```
sol
```

Resolver o Sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

```
sol = sp.solve([2*x + 3*y - 5,  
               x - y - 1],  
               [x, y])
```

```
sol
```

$$\left\{ x : \frac{5}{8}, y : \frac{5}{3} \right\}$$

Resolver o Sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

```
sol = sp.solve([2*x + 3*y - 5,  
               x - y - 1],  
               [x, y])
```

sol

$$\left\{ x : \frac{5}{8}, y : \frac{5}{3} \right\}$$

Note que a resposta é um dicionário Python

Resolver o Sistema Usando Matrizes

$$Ar = b \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Resolver o Sistema Usando Matrizes

$$Ar = b \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

```
A = sp.Matrix([[1, 2], [3, 4]])  
b = sp.Matrix([5, 6])  
r = A.LUsolve(b)  
r
```

Resolver o Sistema Usando Matrizes

$$Ar = b \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

```
A = sp.Matrix([[1, 2], [3, 4]])  
b = sp.Matrix([5, 6])  
r = A.LUsolve(b)  
r
```

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 9/2 \end{bmatrix}$$

Resolver o Sistema Usando Matrizes

$$Ar = b \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

```
A = sp.Matrix([[1, 2], [3, 4]])  
b = sp.Matrix([5, 6])  
r = A.LUsolve(b)  
r
```

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 9/2 \end{bmatrix}$$

Objeto do tipo matriz do SymPy

Resolver o Sistema Usando Matrizes

$$Ar = b \quad A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Resolver o Sistema Usando Matrizes

$$Ar = b \quad A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
a, b = sp.symbols('alpha beta')  
A = sp.Matrix([[a, 1], [1, b]])  
b = sp.Matrix([1, 1])  
r = A.LUsolve(b)  
sp.simplify(r)
```

Resolver o Sistema Usando Matrizes

$$Ar = b \quad A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \beta \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
a, b = sp.symbols('alpha beta')  
A = sp.Matrix([[a, 1], [1, b]])  
b = sp.Matrix([1, 1])  
r = A.LUsolve(b)  
sp.simplify(r)
```

$$\begin{bmatrix} \frac{\beta - 1}{\alpha\beta - 1} \\ \frac{\alpha - 1}{\alpha\beta - 1} \end{bmatrix}$$

Resolver o Sistema

$$\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 + y = 3 \end{cases}$$

Resolver o Sistema

$$\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 + y = 3 \end{cases}$$

```
sol = sp.solve([x*y - 2,  
               x**2 + y - 3],  
               [x, y])  
sol
```

Resolver o Sistema

$$\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 + y = 3 \end{cases}$$

```
sol = sp.solve([x*y - 2,  
               x**2 + y - 3],  
               [x, y])
```

```
sol
```

```
[(-2, -1), (1, 2)]
```

Resolver o Sistema – Métodos Numéricos

$$\begin{cases} \text{sen}(x) + y = 1 \\ x + \text{cos}(y) = 1 \end{cases}$$

Resolver o Sistema – Métodos Numéricos

$$\begin{cases} \text{sen}(x) + y = 1 \\ x + \text{cos}(y) = 1 \end{cases}$$

```
sol = sp.nsolve([sp.sin(x) + y - 1,  
                x + sp.cos(y) - 1],  
                [x, y],  
                [0.5, 0.5])
```

```
sol
```

Resolver o Sistema – Métodos Numéricos

$$\begin{cases} \text{sen}(x) + y = 1 \\ x + \text{cos}(y) = 1 \end{cases}$$

```
sol = sp.solve([sp.sin(x) + y - 1,  
        x + sp.cos(y) - 1],  
        [x, y],  
        [0.5, 0.5])
```

sol

```
[0.262119525067140  
0.740871739310558]
```

solução aproximada

colab